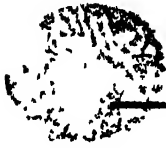




— متنتاب نرويه —



بياده ميرالاييرندن واعدادى حربي مکتبک رياضيہ خواجہ سی  
ضیا



مکاتب اعداد په لک درس، پروغرامنه مطابق بولندیفی مجلس معارف  
عسکرینک تحت تصدیقنده در



هر حق مکتب فزون حربیه شاهانه مطبعه سنه هائ اولوب اوچنی دفعه  
اولق اوزره مطبعه مذکوره ده طبع اولمشدر



سنه ۱۳۰۷ سنه ۱۳۰۹

## مثلاث کرویه

• نصف قطری معلوم بر کره اوزرنده مرسوم هر قنقی مثلث  
 رویب اضلاع وزوایا سنک درجه اوله رق قیمتی معلوم اونجه مثلث  
 کروی مذکورده معلوم اولور و اضلاع وزوایانک عدد درجاتی بولمق  
 ایچونده اضلاع وزوایای مذکوره مخلوط مثلثاتییه سی اره سنده بر طاقم  
 مناسبات تأسیس اولمق اقتضا ایدر •

مناسبات مذکوره دن برنجیسی بر مثلث کروینک اضلاع ثلثه سی بر زاویه سنه  
 ربط ایدن مناسبات اولوب مثلث کرویلرک حانده مخصوص مناسبات سائر  
 کندوسندن استخراج اولنده یلدیکی جهته بو کا مناسبات اساسیه دخی  
 تعبیر اولنور •

اضلاع ثلثه سی ع ، ب ، و وزوای ثلثه سی ع ، ب ، قه ایله کوسریلان  
 بر مثلث کروینک ع زاویه سیله اضلاع ثلثه سی یلنده کی مناسبات مثلثاتییه بی

شکل ۱



استخراج ایتک مراد اولنسه مثلث مذکورک کره سی مرکزی شکل ۱  
 ح نقطه سی فرضیه مثلثک ع زاویه سی محیط اولان قه ، ک ضلع رینه ع  
 نقطه سنده بر خط مماس رسم و خطین تماسین مذکورینک ح ب و ح ه  
 نصف قطر لرینک استقامت لری ، و ح نقطه لرنده قطع ایلدک لری فرض  
 اولند قده ع ح نصف قطری واحد قیاسی طوله مساوی النجه

ع ۴ = مماس ق و ع س = مماس ب و ح د = قاطع ق و ح د س = قاطع ب ق  
اولور برده ع ۴ س زاویه سی مثلث کروپنک ع زاویه سنه مساوی  
و د ح س زاویه سیده مثلث مذکورک ع ضلعیه مساحه اولور  
مع ذلك ع س و د ح س مثلث مستویلر مثلثات مستویده اثبات اولندیغی لوزده

$$۲ = ۲ + ۲ - ۲ \quad ع ۲ ع ۰ ع س ح س ع ۴ س$$

$$۲ = ۲ + ۲ - ۲ \quad ع ۲ ع ۰ ح س ح س ح س اولمغین$$

مذکور ایکی مساواتک رنجیسی ایکنجیسندن طرح اولوب  $\frac{۲}{۴} - \frac{۲}{۴}$

$$= ۲ ع ۱ و ح س ع س ح د =$$

۲ - ۲ قاطع ب قاطع ق و ح د س ۲ مماس ب مماس ق و ح د س  
یاخود ۱ - قاطع ب قاطع ق و ح د س ۱ مماس ب مماس ق و ح د س  
ح د ع - ۰ اوله جعی تسلیم اولور  
لکن مثلثات مستویده ارايه اولدیغی اوزره

$$\text{قاطع ب} = \text{ح د} \quad \text{قاطع ق} = \text{ح د} \quad \text{مماس ب} = \text{ح د}$$

و مماس ب = ح د اولدیعدن مساویلر مساوات سابقه ده محالربنه وضع

$$\text{اولور ایسه ۱ - ح د ع} = \text{ح د ب} = \text{ح د ق} = \text{ح د س}$$

یاخود (۱) ۰۰۰۰ ح د ع ح د ب ح د ق ح د س + ح د ک  
ح د ق ح د س اولور

بودستورک بروجده سابق استخراج اوله بیلیمی شکلدنده اکلایله جفی  
وجهله ب و ق ضلعلرینک ربع محیطدن اسعر اولمربنه متوقف اولدیغندن  
مثلث مذکور ضلعلرینک قیمتلری به اولور ایسه اولسون دستور مذکورک  
دائما صحیح اوله جفی بروجده آتی اثبات اولور

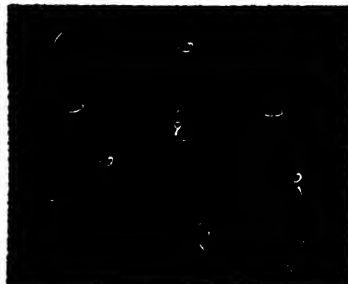
شویله که شکل ۲ ده کوریلان مثلث کروینک ضلعلرندن ق < ۹۰ و ک > ۹۰ فرض اولنوب مذکور ضلعلر ب نقطه سنده تقاطع ایدنجیه قدر تمید اولندقدن و ع ب مثلثنده ب ع نه زاویه سنی محیط اولان ق و ک ضلعلری ۹۰ درجه دن اصغر اولدقلرندن ب ق ضلعی ع حریفله اراائه اولنق اوزره ب ع = ع ب ک . ب ق + ح ب ک . ح ب ق . ب ع ق اولور .

شکل ۲



حالبوکه ع = ۱۸۰ - ک و ق = ۱۸۰ - ق و ب ع ق = ۱۸۰ - ع اولدیقلندن ب ع = ب ک . ب ق نه + ج ب ق . ح ب ق . ب ع یاخود ب ع = ب ک . ب ق + ج ب ق . ح ب ق . ب ع اولور اگر ک و نه ضلعلرینک ایکیسیده ۹۰ دن اعظم اولورل ایسه شکل ۳ ده اولدیغی وجهله ضلعین مذکورین تقاطع ایدنجیه دکی

شکل ۳



تمید اولندقدن ضلعین مذکورینک متمرلی اولان ق و ب ضلعلری ۹۰ دن اصغر اوله بقلرندن ب ع نه مثلثنده ب ع = ب ق . ب ق + ح ب ق . ح ب ق . ب ع یاخود

مح ع = مح ك + مح ن + مح ب + مح ق + مح ع اولور  
اكر مثلث مذكوره ك = ۹۰ و ب = ۹۰ اولور ايسه (۱) رقلو  
دستورينه صحيح اولوب فقط مح ع = مح ع شكله كيبر كه في الحقيقه  
مذكور ايكي ضلع طقساز درجه اولدوقه ع ضلعى زاويه سنك مقداريني  
مساحه ايده جكي جهنله حقيقته مضابقدر .

والحاصل اكر ق ضلعى ۹۰ اولوب و ب ضلعى ۹۰ دن كوچك ويابوك  
اولور ايسه دستورينه صحيح اولور .

شكل ۴



چونكه ع ق ضلعى اوزرنده ع = ۹۰ قطع و ب د ايره عظيمه سي قوس  
مرور ايتديرلدكه ب د = ۹۰ اولسه ب نقطه سي ع د قوسنك قطبي  
اولوب ك ع = ۹۰ و ع = ۹۰ اولق لازمكه جكدن (۱) رقلو دستو = .  
صورته رجوع ايدر ايسه، ينه مرتبه صحتدن ساقط اولز .  
فالدېكه ب د قوسى ۹۰ اولز ايسه بحت عنه دستور ب د ق مثلثه  
تطبيق اولنده

مح ع = مح ب د + مح ق د + مح ب ق + مح ق ب + مح ب د ق  
صورته كيبر . حالبوكه ب د = ۹۰ اولديغندن مح ب د ق = ۹۰  
اولدقدن بشقه مح ب د = مح ع و مح ق د = مح ب اولمغله مساويلر  
محللرينه اقامه اولندرق دستورك كيبرديكي اشي و مح ع = مح ب ق  
شكلي (۱) رقلو دستورك ق = ۹۰ اولديغي حالده دخی ع ب ق مثلثه  
تطبيق اولنده يله جكني كوسترر .

• ايشته (۱) رقلو دستور عومى اولديغندن بر مثلث كروينك اضلاع ثلثه سندن  
هر برينه على التوالى تطبيق اولندرق مثلث مذكورك اقسام سته سي

اره سنده بر بردن فرقلو التي عدد مناسبات بولنه بيله جكندن اقسام سته مذكوره دن هر قنغى اوچى معلوم ايكن ديكر اوچى تعيين اولنه بيلور انجق اقسام سته مذكوره نك درت دانه سندن هر قنغى اوچى معلوم ايكن در دنجيسنك سرعت وسهولتله تعيين اولنه بيله سچون مذكور درت قسمى بر برينه ممكن اوله بيلان مختلف طرز لده ربط ايدر .  
دستور لر استخراجى تطبيقات عمليه لده لزومى اولديغندن و بودستور لر ايسه درت دانه اولديغندن بوندن اشاغيده دستورات مذكوره نك اصول استخراج لردن بحث اولنه جقدر .

۲ - ۱) بر مثلث كروينك اضلاع ثلثه سيله زاويه سى يبنده كى مناسبت بو مناسبت ماده سا بقده مذكور (۱) رقلى دستور دن عبارت اولوب و اضلاع ثلثه بيه تطبيقتدن اشاغيده كى اوچ دستور حصوله كالور .  
(۱)  $\text{ح ب ع} = \text{ح ب ك} \cdot \text{ح ق ا} \cdot \text{ح ب ق}$   
(۲)  $\text{ح ب ك} = \text{ح ب ع} \cdot \text{ح ق ا} + \text{ح ب ع} \cdot \text{ح ق ب}$   
(۳)  $\text{ح ب ق} = \text{ح ب ع} \cdot \text{ح ب ك} + \text{ح ب ع} \cdot \text{ح ب ق}$

(۲) - بر مثلث كروينك ايكي ضلعيه مقابل زاويه لى يبنده كى مناسبت

مثلا مثلثك ع و ك ضلعيه مذكور ضلعيه مقابل ع و ب زاويه لى يبنده كى مناسبتى استخراج ايتك مراد اولنسه ۱ و ۳ رقلى دستور لر ايله اشبو  $\text{ح ق} + \text{ح ك} = ۱$  دستور لردن  $\text{ح ق} \cdot \text{ح ب ق} + \text{ح ق} \cdot \text{ح ب ك}$  مقدار لرى افنا ايتك ايجاب ايده جك ايسده لکن بوجه آتى دها سرعت وسهولتله استخراج اولنه بيلور .

چونكه بر رقلى دستور دن

$$\text{ح ب ع} = \frac{\text{ح ب ع} - \text{ح ب ك} \cdot \text{ح ق ا}}{\text{ح ب ك} \cdot \text{ح ق}}$$

$$\text{ح ب ع} = ۱ - \text{ح ك} = \frac{\text{ح ك} \cdot \text{ح ق} - (\text{ح ب ع} - \text{ح ب ك} \cdot \text{ح ق ا})}{\text{ح ب ك} \cdot \text{ح ق}}$$

$$\frac{\text{ح}^{\text{ع}} = (1 - \text{ح}^{\text{ب}}) - (1 - \text{ح}^{\text{ق}}) - (\text{ح}^{\text{ع}} - \text{ح}^{\text{ب}} \cdot \text{ح}^{\text{ق}})}{\text{ح}^{\text{ب}} \cdot \text{ح}^{\text{ق}}}$$

رفع واختصار اوله درق

$$\frac{\text{ح}^{\text{ع}} = 1 - \text{ح}^{\text{ع}} - \text{ح}^{\text{ب}} - \text{ح}^{\text{ق}} + 2 \cdot \text{ح}^{\text{ع}} \cdot \text{ح}^{\text{ب}} \cdot \text{ح}^{\text{ق}}}{\text{ح}^{\text{ب}} \cdot \text{ح}^{\text{ق}}}$$

و طرفین ح<sup>ع</sup> ایله تقسیم و جذری الدرق

$$\frac{\text{ح}^{\text{ع}} = 1 - \text{ح}^{\text{ع}} - \text{ح}^{\text{ب}} - \text{ح}^{\text{ق}} + 2 \cdot \text{ح}^{\text{ع}} \cdot \text{ح}^{\text{ب}} \cdot \text{ح}^{\text{ق}}}{\text{ح}^{\text{ب}} \cdot \text{ح}^{\text{ق}}}$$

اولور .

مثلت کرویلرک اضلاع و زاویه لری طقسان در جددن کوچک اولدیغندن  
جذریه نك منفی اشارته حاجت قالز .

و دستورک صولطرفی ع و ب و ق ضلعلرینه نذرأ مناظر اولغله  $\frac{\text{ح}^{\text{ب}}}{\text{ح}^{\text{ق}}}$

ایچونده صولطرف عینیه ثابت قاله جغندن

$$(4) \quad \frac{\text{ح}^{\text{ع}}}{\text{ح}^{\text{ب}}} = \frac{\text{ح}^{\text{ق}}}{\text{ح}^{\text{ب}}}$$

$$(5) \quad \frac{\text{ح}^{\text{ع}}}{\text{ح}^{\text{ب}}} = \frac{\text{ح}^{\text{ق}}}{\text{ح}^{\text{ب}}}$$

یعنی برمثلت کرویده هر قغی ابکی ضلعک جیلری مقابل زاویه جیلریله  
مناسب اوله جغی اکلا شیلور .

(3) \* برمثلت کروینک ابکی ضلعی وینلزنده واقع زاویه ایله مذکور \*  
\* ضلعلردن برینه مقابل زاویه سی یئنده کی مناسبات \*

مثلت کروینک اقسام معلومه سی ع و ب و ق و ع اولسه مناسبت مطلوبه بی  
بولقی ایچون (1) و (2) و (5) رقلی دستورلرده ح<sup>ق</sup> و ح<sup>ب</sup> و  
مقدارلرینی افنا ایتک لازمکله جکندن (1) رقلو دستورده ح<sup>ق</sup> و ح<sup>ب</sup> محله  
(2) رقلو دستوردن چیقاریله جق قیمتی وضع اولنجه :



$\text{ح ب ع} = \text{ح ب ع} \cdot \text{ح ب ك} + \text{ح ب ك} \cdot \text{ح ب ع} \cdot \text{ح ب ع} \cdot \text{ح ب ك} \cdot \text{ح ب ع}$   
 $+ \text{ح ب ك} \cdot \text{ح ب ق} \cdot \text{ح ب ع} \cdot \text{ح ب ك}$   
 $\text{ح ب ك} \cdot \text{ح ب ع} \cdot \text{ح ب ك} \cdot \text{ح ب ع} \cdot \text{ح ب ك} = \text{ح ب ك} \cdot \text{ح ب ك} \cdot \text{ح ب ك} \cdot \text{ح ب ك} \cdot \text{ح ب ك}$   
 درپیش اولندقدہ

$\text{ح ب ع} \cdot \text{ح ب ك} = \text{ح ب ك} \cdot \text{ح ب ع} \cdot \text{ح ب ك} \cdot \text{ح ب ق} + \text{ح ب ك} \cdot \text{ح ب ق} \cdot \text{ح ب ع} \cdot \text{ح ب ك}$   
 $\text{ح ب ك} \cdot \text{ح ب ع} \cdot \text{ح ب ك} \cdot \text{ح ب ع} \cdot \text{ح ب ك} \cdot \text{ح ب ع} \cdot \text{ح ب ك} \cdot \text{ح ب ع} \cdot \text{ح ب ك}$   
 امام ماس ع  $\cdot \text{ح ب ك} = \text{ح ب ك} \cdot \text{ح ب ق} + \text{ح ب ك} \cdot \text{ح ب ع} \cdot \text{ح ب ك} \cdot \text{ح ب ع} \cdot \text{ح ب ك}$  اولور.

حالبوکه (۵) رقلی دستور اقتضاسنجہ  $\frac{\text{ح ب ق}}{\text{ح ب ع}} = \frac{\text{ح ب ق}}{\text{ح ب ع}}$  اولدیغندن

محانه وضع اولندرق  
 امام ماس ع  $\cdot \text{ح ب ك} = \text{ح ب ك} \cdot \text{ح ب ق} + \text{ح ب ق} \cdot \text{ح ب ع} \cdot \text{ح ب ك}$  اولور.

مثلث کروینک اقسام ستدهسنی اشعار ایدن حروفات ممکن اوله بیلان طرز لده  
 برلشدیریلرک دستور مذکور دن ایکنجی مناسبتہ عائد اشاعیده کی الی  
 دستور حصرله کاور.

۰۰۰۰۶ امام ماس ع  $\cdot \text{ح ب ك} = \text{ح ب ك} \cdot \text{ح ب ق} + \text{ح ب ق} \cdot \text{ح ب ع} \cdot \text{ح ب ك}$   
 ۰۰۰۰۷ امام ماس ب  $\cdot \text{ح ب ع} = \text{ح ب ع} \cdot \text{ح ب ق} + \text{ح ب ق} \cdot \text{ح ب ع} \cdot \text{ح ب ب}$   
 ۰۰۰۰۸ امام ماس ع  $\cdot \text{ح ب ق} = \text{ح ب ق} \cdot \text{ح ب ب} + \text{ح ب ب} \cdot \text{ح ب ع} \cdot \text{ح ب ب}$   
 ۰۰۰۰۹ امام ماس ق  $\cdot \text{ح ب ع} = \text{ح ب ع} \cdot \text{ح ب ب} + \text{ح ب ب} \cdot \text{ح ب ع} \cdot \text{ح ب ب}$   
 ۰۰۰۱۰ امام ماس ب  $\cdot \text{ح ب ق} = \text{ح ب ق} \cdot \text{ح ب ع} + \text{ح ب ع} \cdot \text{ح ب ب} \cdot \text{ح ب ب}$   
 ۰۰۰۱۱ امام ماس ق  $\cdot \text{ح ب ك} = \text{ح ب ك} \cdot \text{ح ب ع} + \text{ح ب ع} \cdot \text{ح ب ب} \cdot \text{ح ب ب}$

❀ (۴) - برمثلث کروینک برضلعیله زوایای ثلثہ سی پیننده موجود مناسبت ❀

(۱) و (۲) و (۳) رقلو دستور لده واقع اضلاع ثلثہ دن هر قیغی ایکیسنی  
 ومثلث و ق ضلعیرینی افنا ایدرک مطلوب اولان مناسبتی شعر دستور لک  
 استخراجی ممکن ايسدهده مثلث کروی قطبی واسطه سیله بروجه زیر استخراجی  
 دهاساده وقولای اولور.

شویله که مثلث کروی معلومک قطیسی اولان مثلث کروینک زوایای ثلثه سی  
 $\text{ع}$  و  $\text{ب}$  و  $\text{ق}$  حرفلریله اضلاع ثلثه سیده  $\text{ع}$  و  $\text{ب}$  و  $\text{ق}$  حرفلریله اشعار اولنسه  
 مثلث مذکور دن (۱) رقلو دستورہ تطبیقاً

$\text{ب} \text{ع} = \text{ب} \text{ق} + \text{ق} \text{ع}$  .  $\text{ب} \text{ق}$  .  $\text{ق} \text{ع}$  اولور .  
 لکن  $\text{ع}$  ضلعی ع زاویه سنک متممی اولدیغندن  $\text{ب} \text{ع} = - \text{ب} \text{ق}$  .  $\text{ق} \text{ع}$  کذلک  
 $\text{ب} \text{ق} = - \text{ب} \text{ع} + \text{ق} \text{ع}$  .  $\text{ق} \text{ع}$  اولمغله مساویلر محللرینه  
 اقامه اولندقدہ

$- \text{ب} \text{ع} = \text{ب} \text{ق} + \text{ق} \text{ع}$  .  $\text{ب} \text{ق}$  .  $\text{ق} \text{ع}$  یاخود  
 اشارت لر دکشدیریلەرک

$\text{ب} \text{ع} = - \text{ب} \text{ق} + \text{ق} \text{ع}$  .  $\text{ب} \text{ق}$  .  $\text{ق} \text{ع}$  اولور .  
 بوعمایات مثلثک دیگر ضلعلرینده تطبیق اولنجه :

۱۲۰۰۰۰  $\text{ب} \text{ع} = - \text{ب} \text{ق} + \text{ق} \text{ع}$  .  $\text{ب} \text{ق}$  .  $\text{ق} \text{ع}$

۱۳۰۰۰۰  $\text{ب} \text{ق} = - \text{ب} \text{ع} + \text{ق} \text{ع}$  .  $\text{ب} \text{ع}$  .  $\text{ق} \text{ع}$

۱۴۰۰۰۰  $\text{ق} \text{ع} = - \text{ب} \text{ق} + \text{ب} \text{ع}$  .  $\text{ب} \text{ق}$  .  $\text{ق} \text{ع}$  اولوب  
 مثلثک زوایای ثلثه سی معلوم ایکن برضلعنی تعیینه مخصوص دستورلر  
 استخراج اولنش اولور .

۳ - تنبیه - یوقاروده کچن دستورلده  $\text{ب} \text{ع}$  و  $\text{ب} \text{ق}$  و  $\text{ق} \text{ع}$  کی  
 تعبیرلر مقدار درجه لری  $\text{ع}$  و  $\text{ب}$  و  $\text{ق}$  ضلعلریله مساحه اولنمغله  
 زاویه لریک  $\text{ب}$  و  $\text{ق}$  کی تناسب مثلثاتی لری اشعار ایلدکلرندن  
 حالبوکه برزاویه نیک مقداری علی العموم قوسک نصف قطره نسبتیله اشعار  
 اولندیغندن نصف قطری  $\text{ق}$  ایله کوستریلان برکزه اوزرنده مرسوم  
 مثلث کروینک اضلاع ثلثه سنک طوللری  $\text{ع}$  و  $\text{ب}$  و  $\text{ق}$  ایله کوسترلدکده  
 مذکور دستورلده  $\text{ع}$  و  $\text{ب}$  و  $\text{ق}$  مقداری محللرینه  $\frac{\text{ع}}{\text{ق}}$  و  $\frac{\text{ب}}{\text{ق}}$  و  $\frac{\text{ق}}{\text{ب}}$

مقدارلری وضع اولنمیشک ایجاب ایدوب و احوالده  $\text{ع}$  و  $\text{ب}$  و  $\text{ق}$  حرفلری  
 مثلث کروی معلوم ضلعلرینک طوللرینی کوسترلر .

تبدلات مشرحه واسطه سیله (۱) رقلی دستور شو

$\frac{\text{ع}}{\text{ق}} = \frac{\text{ب}}{\text{ق}} + \frac{\text{ق}}{\text{ب}}$  .  $\frac{\text{ق}}{\text{ب}} + \frac{\text{ق}}{\text{ب}}$  .  $\frac{\text{ق}}{\text{ب}}$  .  $\frac{\text{ق}}{\text{ب}}$  ع شکلنه کیرر

❖ مثلث کروی قائم الزاویه لك طریق حلی ❖

۴ - ۰ بر زاویه سی قائمه اولان مثلث کروی به مثلث کروی قائم الزاویه دینوب زاویه مذکوره به مقابل ضلع ده وتر قائمه دینلور معلوم اولدیغی وجهله بر مثلث کرویده برویا ایکی ویا اوچ زاویه قائمه اوله بیله جکندن ایکی زاویه سی قائمه اولان مثلثه مذکور زاویه له مقابل ضلع طقسار درجه اولوب و ضلع دیگر ده مقابل زاویه لك مقداری کوستر اوچ زاویه سی قائمه اولان مثلث کرویده ایسه اضلاع ثلثه دن هر بری ربع محیط قدر اولور بناء علیه مذکور ایکی نوع مثلثه اقسام سته دن اوچی معلوم ایکن دیگر اوچیده معلوم اوله جکندن اقسام مجهوله مفقود اولغین بوندن اشاغیده صورت حللرندن بحث اولنه جق مثلث کروی یالکز بر زاویه سی قائمه اولان مثلث کروی لردن مثلث کروی قائم الزاویه لك حلنه مخصوص دستورلی استخراج اتمک اچسون (ماده ۲) ده استخراج اولنش اولان دستورلده زاویه لردن برینی ۹۰ درجه فرض اتمک کافیدر وفي الحقیقه مذکور دستورلده ع = ۹۰ فرض اولنمقدن آتیده کی دستورل ظهور ایدر .

$$(۱) \text{ بح ع} = \text{بح ب} \cdot \text{بح ق}$$

$$(۲) \text{ بح ب} = \text{بح ع} \cdot \text{بح ق} = \text{بح ق} \cdot \text{بح ع} \cdot \text{بح ق}$$

$$(۳) \text{ مماس ب} = \text{مماس ع} \cdot \text{بح ق} = \text{مماس ق} \cdot \text{بح ع} \cdot \text{بح ب}$$

$$(۴) \text{ مماس ب} = \text{بح ق} \cdot \text{مماس ب} = \text{مماس ق} \cdot \text{بح ب} \cdot \text{مماس ق}$$

$$(۵) \text{ بح ب} = \text{بح ق} \cdot \text{بح ب} = \text{بح ق} \cdot \text{بح ب} \cdot \text{بح ق}$$

$$(۶) \text{ بح ع} = \text{تمام مماس ب} \cdot \text{تمام مماس ق}$$

ایشته مثلث کروی قائم الزاویه لك حلنه استعمال اولنه جق دستورلر بوجه سابق ظهور ایدن ولغارتمه ایله نایل حساب اولان انی دستوردن عبارتدر ۵ . (۱) رقیلی بح ع = ب ب . بح ق دستوردن اکلاشلدیغی وجهله هر مثلث کروی قائم الزاویه ده وتر قائمه تمام جیبی زاویه قائمه بی محیط دیگر ضلع لك تمام جیبلی حاصل ضربنه مساوی اولور . و بح ع مقدار به بح ب . بح ق مقدارینك اشارتلی بر برینك عینی

اوله جغندن مثلثك يا اوج ضلعنك تمام جییلری مثبت یاخود اضلاع مذکوره دن فقط برینك تمام جیبی مثبت اولمق لازمکلور .  
بناء علیه بر مثلث کروی قائم الزاویه ده یا اوج ضلعك هربری طقساندن کوچك یاخود یالکز بری طقساندن كوچك دیگر ایکیسی بیوك اولمق اقتضا ایدر .

۶ - (۲) رقتی دستور زاویه قائمه دی محیط ضلعلردن برینك جیبی وتر قائمه جینك ضلع مذکوره مقابل زاویه جیبيله مستطیلنه مساوی اولدیغنی و (۳) رقتی دستور زاویه قائمه دی محیط ضلعلردن برینك مماسی وتر قائمه مماسنك ضلع مذکوره مجاور زاویه تمام جیبيله مستطیلنه مساوی اولدیغنی کوسرتر .

۷ - وینه (۴) رقتی دستورن مماس ب .  $\frac{\text{مماس ب}}{\text{حب ق}}$  استخراج اولمغله

بر مثلث کروی قائم الزاویه ده مائله لردن برینك مماسی مقابل ضلع مماسنك ضلع مجاور جیبيله تقسیمه مساوی اوله جغنی اکلاشیلور .

۸ - مثلث کروی ب و ق ضلعلرینك جییلری دائما مثبت اولمندن مماس ب = حب ق . مماس ب دستورن خصوصات آتیه استدلال اولنور  
بر مثلث کروی قائم الزاویه ده بر زاویه مائله ایله مقابل ضلع دفعه یاطقسان درجه دن کوچك و یا بیوك اولورلر .

۹ - بوندن بویه صورت حللرندن بحث اولنده جق مثلث کروی قائم الزاویه لر اضلاع و زاویه لرندن معلوم اولنلره کوره آلتی صورته بولنورلر .

صورت اول مثلث کروی ب ع وتر قائمه سیله زاویه قائمه سنی محیط ضلعلردن ب معلوم ایکن ق و ب و ق مقدارلرینی حساب ایتک : بوندن اول استخراج اولمش اولان حب ع = حب ب . حب م دستورن حب ق - - حب ع حب ب

(۲) رقتی دستورن حب ق = حب ب و (۳) رقتی دستورن حب ق

=  $\frac{\text{مماس ب}}{\text{مماس ع}}$  استخراج اولنور .

اضلاع وزایادن هر بری ۱۸۰ درجه دن اصغر اولد قلرندن تمام حبب واسطه سیله برردانه قوس استخراج اولنه جغی کبی ب زاویه سی هر نقدر جیبی واسطه سیله حل اولنور ایسه ده (ماده ۸) مقدارجه کندوسنه مقابل ضلع جنسندن اوله جغندن بردن زیاده قیمتی اوله مامسی طبعیدر .

صورت ثانی مثلث کروینک ع و تر قائمه سیله زاویه حاده لرندن هر قغی بری یعنی ب زاویه سی معلوم ایکن ک و ق و مقدار لرینی حساب ایتمک (ماده ۲) ده تأسیس اولنش (۲) و (۳) و (۴) ر قلی دستور له تطبیقاً  $\text{حب ک} = \text{حب ع} \cdot \text{حب ب و ماس ک} = \text{ماس ع} \cdot \text{حب ب و ماس و} =$  حب ع اولور .

مام ماس

ک ضلعی جیبی واسطه سیله استخراج اولنور ایسه ده ب زاویه سی جنسندن بولندیغندن بردن زیاده قیمتی اوله منر کذلک ماس و مام مامسی واسطه سیله حلی اولنان کی ضلعیله و زاویه سنک دخی یانکر برردلو قیمتری استخراج اولنور .

صورت ثالث زاویه قائمه سنی محیط اولان ک و ق ضلع لری معلوم اولان مثلث کری قائم الزاویه نک ع و ب و ق مجهول لرینی حساب ایتمک . (۱) و (۴) ر قلیله اشعار اولنش دستور لردن

$$\text{حب ع} = \text{حب ک} \cdot \text{حب ق و ماس ب} = \frac{\text{ماس ک}}{\text{حب ق}} \cdot \text{ماس و} = \frac{\text{ماس و}}{\text{حب ک}}$$

اولوب مجهول لری حسابه مخصوص دستور لر استخراج اولنش اولور . مجهول لک هر بری مام حب و ماس واسطه سیله بولند قلرندن بردن زیاده قیمتری اوله منر .

صورت رابع - زاویه قائمه سنی محیط ضلع لرندن ک ایله مقابل ب زاویه سی معلوم اولان مثلث کروی قائم الزاویه نک ع و ق و مجهول لرینی حساب ایتمک (۲) و (۴) و (۵) ر قلیله اشعار اولنش دستور لردن عملیات جبریله ایله بولنان شو دستورلر :

$$\text{حب ع} = \frac{\text{حب ک}}{\text{حب ب}} \cdot \text{حب ق} = \frac{\text{ماس ک}}{\text{ماس ب}} \cdot \text{حب ق} = \frac{\text{حب ب}}{\text{حب ک}}$$

مجهول لری حسابه مخصوص دستور لردن عبارت اولورلر .

مناقشه . اولاً - معلوم اولان ب زاویه سی حاده اولور ایسه مثلث موجود اوله بملک ایچون  $\angle$  ب یاخود  $\angle$  = ب اولوق لازم کلوب برنجی تقدیرده مطلوبه موافق اینکی مثلث ایکنجی تقدیرده ایسه یالکز بر مثلث بولنور . چونکه ب زاویه سی حاده اولنجه (ماده، ۸) حکمجه  $\angle$  ضالع  $\angle$  دن کوچک اولسی لازمکله جکی کبی  $\angle$  < ب اوله جق اولسه ب ایله  $\angle$  دن هر بری  $\angle$  دن کوچک اولدقلرندن  $\angle$  < ب یاخود  $\angle$  حب  $\angle$

< ۱ و بناء علیه  $\angle$  =  $\angle$  حب  $\angle$  دستورندن  $\angle$  < ۱ اولوق

لازمکله جکندن  $\angle$  هر حالده ب دن اصغر و یا  $\angle$  - ب اولوق لازمکله

$$\frac{\angle \text{ حب } \angle}{\angle \text{ حب } \angle} \text{ و } \frac{\angle \text{ مماس } \angle}{\angle \text{ مماس } \angle} \text{ و } \frac{\angle \text{ مماس } \angle}{\angle \text{ حب } \angle}$$

نسبتلرندن هر بری واحددن کوچک اولوق لازمکلوب حالبوکه  $\angle$  و ضلع علیه و زاویه سی جیلرله حساب اولدقلرندن مجهولاردن بهر ایچون بری طقساندن کوچک اولوق اوزره بر برینک متممی ایکیشر قیمت ظهور ایتمک ایجاب ایدر .

بو حالده اگر  $\angle$  و ترینک  $\angle$  دن اصغر اولان قیمتی النور ایسه  $\angle$  < . اولوب و  $\angle$  ده مثبت اولدیغندن

$\angle$  =  $\angle$  حب  $\angle$  حب  $\angle$  ..... دستورندن  $\angle$  < . بولنور یعنی  $\angle$  >  $\angle$  التیق لزومی ظاهر اولور و زاویه سی  $\angle$  جنسندن بولنده جفی جهته ده و زاویه سنک دخی طقساندن کوچک قیمتک المنسی اقتضا ایدر . اگر  $\angle$  ضلعنه  $\angle$  دن بیوک اولان قیمتی ویریلور ایسه  $\angle$  > . اوله جفندن بالطبع  $\angle$  < و  $\angle$  <  $\angle$  و  $\angle$  <  $\angle$  اولور .

افادات سابقه دن اکلاشلدیغی اوزره  $\angle$  ضلعی ب زاویه حاده سندن اصغر اولنجه حساب اولنان مثلث اینکی درلو ظهور ایدوب برنده مجهولار  $\angle$  دن اصغر دیکرنده اعظم اوله جقلر دیمک اولور .

مالديکه ک = ب اولور ايسه :  $\frac{\text{حب ب}}{\text{حب ب}}$  و  $\frac{\text{مماس ك}}{\text{مماس ب}}$  و  $\frac{\text{حب ب}}{\text{حب ب}}$

نسبتلى واحده مساوى اوله جقلرندن

$$\text{ع} = ۹۰^\circ \text{ و } ۹۰^\circ = \text{ق} = ۹۰^\circ \text{ اولوب}$$

ومثلث بردانه وقائم الزاويتين اولور .

ثانياً — معلوم اولان ب زاويه سى منفرجه اولدقه، مثلث موجود اوله بيلك

ايچون  $\text{ب} < \text{ب}$  يا خود  $\text{ب} = \text{ب}$  اولمليد ر بوايكي تقدير ك برنجيسنده ايكي

مثلث وايكنجيسنده بر مثلث ظهور ايدر .

چونكه  $\text{ب} < ۹۰^\circ$  غير مساوات مفروضه دن مقابل زاويه نكده بر جنسندن

اولسى لزمه مبنى  $\text{ب} < ۹۰^\circ$  اوله جعى استدلال اولنوب و  $\frac{\text{حب ب}}{\text{حب ب}}$  نسبتك

قيمت عدديه سى ايسه واحددن بيلوك اوله ميه جغندن  $\text{ب} < \text{ب}$  يا خود  $\text{ب} = \text{ب}$

اولق لزومى ظاهر اولور .

بو تقديرجه  $\text{ب} < \text{ب}$  فرض اولنه رق  $\text{ع} = ۹۰^\circ$  و  $\text{ق} = ۹۰^\circ$  مجهولر ايچون بر برينك

متممى ايكي شرقيت بولنور كه اكر  $\text{ع} > ۹۰^\circ$  النور ايسه

$\text{حب ع} < \text{حب ق}$  و  $\text{حب ع} = \text{حب ق}$  نه  $\text{ب} = \text{ب}$  دستورندن  $\text{ق} > ۹۰^\circ$  بولنور .

واكر باعكس  $\text{ب} > ۹۰^\circ$  اولنور ايسه  $\text{حب ق} < \text{حب ع}$  بولمغله  $\text{ق} < ۹۰^\circ$  و  $\text{ق} > ۹۰^\circ$

بولنوب ينه مثلث ايكي درلو ظهور ايده جكي اكلاشيلور .

برده مثلث موجود اولدقجه اكر قائم الزاويتين دكل ايسه دائماً ايكي درلو

ظهور ايده جكي بالهندسه دها قولاي ظاهره چيتاريله بيلور .

شكل ه



شويلاه (شكل ه) ده  $\text{ع} = \text{ق}$  مثلثي قائم الزاويتين اوليه رق مسئله يه

موافق بر مثلث اولسه  $\text{ب} = \text{ق}$  و  $\text{ع} = \text{ق}$  و  $\text{ب} = \text{ق}$  و  $\text{ع} = \text{ق}$





افادهٔ سابقه بر مثال ایله دهسا لایقلى اكلاشلىق اېچون مثلث كړوى قائم الزاويه ده زاويه قائمې محيط اولان ب و ق ضلع معلوملرندن بهرى ۹۰ دن اعظم فرض اولنسر بح ب و بح كه نسبتلرېنك اشارتلى منفى اوله جغندن لغارتمه لرى تحصيل اولنهبلك اېچون مذكور اشارتلىر تبديل اولنور .

حالبوكه بح ع مثبت قالمغله ع و تر قائمه سېچون تحصيل اولنان طقسان درجهدن اصغر مقدار مسئله به موافق قيمت اولور .  
ب زاويه سنك قيمتى ايسه شو

$$\frac{\text{مماس ب}}{\text{ح ب}} = \text{مماس ب}$$

دستوريله استخراج اولنوب و دستور مذكوره مماس ب تعبيرېنك اشارتى تبديل اولنجه مماس ب تعبيرېنك دخی اشارتى دكشديرلش اوله جغندن بولنان مقدارك متممى مسئله به توافق ايدر .

❖ مثلث كړوى مائل الزوايانك طريق حلى ❖

۱۰ - صورت اولى - بر مثلث كړوى مائل الزوايانك ع و ب و ق ضلعلى معلوم ايكن ع و ب و ق زاويه لرى حساب ايتك زواياى مذكوره دن بالفرض ع زاويه سى حساب اولنهبجق اولسه زاويه مذكوره بى اضلاع ثلثيه ربط ايدن شو

$$\text{بح ع} = \text{بح ب} \cdot \text{بح ق} + \text{ح ب} \cdot \text{ح ك} \cdot \text{بح ع}$$

دستورندن بح ع قولايقله حل اولنوب و

$$\text{بح ع} = \frac{\text{بح ك} - \text{بح ب} \cdot \text{بح ق}}{\text{ح ب} \cdot \text{ح ق}} \text{ اولور .}$$

لكن ح ب ع و بح ع و مماس ع تعبيرلرېنك قيمتلىر تعيين اولنهرق لغارتمه ايله حلالى دهسا قولاي دستورلىر بوجه آتى بولنور .  
مثلثات مستويه ده كورلديكى وجهله :

$$\text{حب } \frac{ع}{۴} = \sqrt{\frac{۱ - \text{حب } ع}{۲}} \text{ اولدیغندن حب } ع \text{ تعبیر بنک یرینه اولکی}$$

دستوردن بولنان مساویسی وضع اولندقدہ

$$\text{حب } \frac{ع}{۴} = \sqrt{\frac{۱ - \text{حب } ع - \text{حب } ک - \text{حب } ق}{۲}}$$

$$= \sqrt{\frac{\text{حب } ک - \text{حب } ق + \text{حب } ک - \text{حب } ق - \text{حب } ع}{۲}}$$

$$= \sqrt{\frac{\text{حب } (ک - ق) - \text{حب } ع}{۲}}$$

ویا خود مثلثات مستویہ کورلدیکی وجهله

$$\text{حب } (ک - ق) - \text{حب } ع = ۲ \text{ حب } ع + \text{حب } ق - \text{حب } ک = ۱ \text{ حب } ع + \text{حب } ق - \text{حب } ک$$

$$\text{اولدیغندن حب } \frac{ع}{۴} = \sqrt{\frac{\text{حب } ع + \text{حب } ق - \text{حب } ک}{۲}}$$

اولور .

برده  $ع + ک + ق = ۲$  م فرض اولنور ایسه

$$\text{ع} + \text{ق} - \text{ک} = \text{م} - \text{ک} \text{ و } \text{ع} + \text{ک} - \text{ق} = \text{م} - \text{ق} \text{ اوله جفندن}$$

$$(۱) \text{ حب } \frac{ع}{۴} = \sqrt{\frac{\text{حب } (م - ک) \text{ حب } (م - ق)}{\text{حب } ک - \text{حب } ق}} \text{ اولور}$$

و بوجه سابق عمل اولندرق

$$(۲) \text{ حب } \frac{ع}{۴} = \sqrt{\frac{\text{حب } م - \text{حب } (م - ع)}{\text{حب } ک - \text{حب } ق}} \text{ بولند جفندن}$$

(۱) رقی دستور (۲) رقی دستور ابله تقسیم اولندرق

$$(۳) \text{ حب } \frac{ع}{۴} = \sqrt{\frac{\text{حب } (م - ک) \text{ حب } (م - ق)}{\text{حب } م - \text{حب } (م - ع)}} \text{ بولنور}$$

دستورات ثلثه سابقه مثلثات مستویده اضلاع ثلثه سی معلوم اولان مثلث مستویك زاویه لرینی حساب ایچون استخراج اولمش اولان دستورلره مشابه اولوب و بر مثلث کرونیک زاویه لرندن هر قنغی بری حساب اولنه حق اولدیغی حالده مثلثات مستویده مذکور اولدیغی اوزره بر زاویه نك جیب و یا تمام جیبله حلی خطادان سالم اوله میه جغندن (۳) رقلی دستور قوللانلبدر .

مناقشه - ع زاویه سنك حسابی ایچون بولمش اولان اوچ دستورون اوچتجیسی اولان

$$\text{مماس } \frac{\text{ح (م-ک) ح (م-ق)}}{\text{ح م . ح (م-ع)}} \sqrt{\text{دستوری}}$$

تدقیق ایدیه جك اولسه دستور مذکورده ع و ک و ق ضلعاری مثبت ونصف محیطدن اصغر اولدیغندن مماس  $\frac{1}{2}$  مقدار ایچون حصوله کله جك قیمتك مطلوبه موافق اولسی مجذورك مثبت ومحدود ومعین اولسنه متوقفدر یعنی مجذورك جذر لرینك اشارتلی بر برینك عینی اولوب و  $\frac{1}{2}$  زاویه سنك مقداری صفر ایله ۹۰ اره سنده بولندیغندن مذکور حدلردن هیچ صفر اوله مامق ایجاب ایده جکندن بشقه حدین مذکورینك ایکیسی بردن منفی دخی اوله منر چونکه مذکور حدلرک منفی اولسی صورتده بولنان مضر و بلردن برینك ومثلاً ح (م-ک) مضر و برك منفی اولسی اقتضا ایده جکی کبی مخرجده بولنان مضر و بلردنده فقط برینك منفی اولسنی ایجاب ایدوب بناء علیه

$$\text{ح (م-ک) } > ۰ \text{ و ح م } > ۰ \text{ یا خود}$$

$$\text{ح (م-ک) و ح (م-ع) } > ۰$$

اولسی لازمکور حالبوکه مذکور ایکی فرضك هیچ بری شایان قبول اوله میه جغی افاده آتیه ایله ثابت اولور . شویله که معلوم اولدیغی اوزره

$$\text{ح (م-ک) } + \text{ح م} = ۲ \text{ ح } \frac{\text{ع} + \text{ق}}{۲} \text{ مح } \frac{1}{2} \text{ اولوب و}$$

$$\frac{\text{ع} + \text{ق}}{۲} > ۱۸۰^\circ \text{ اولدیغندن}$$

حب  $\frac{ع + ق}{۲} < ۰$  وینه  $\frac{ب}{۲} > ۰$  اولدیغندن حب  $\frac{ب}{۲} < ۰$  اولمغین

حب (م - ب) + حب م  $< ۰$  اولوب

حب (م - ب)  $> ۰$  و حب م  $> ۰$

غیر مساواتلری دفعهٔ موجود و صحیح اوله مزار

کذلک  $۰$  حب (م - ب) + حب (م - ع) = حب  $\frac{ق}{۲}$  حب  $\frac{ع - ب}{۲}$

مساواتنده برنجی مضروب اولان حب  $\frac{ق}{۲}$  - مضروبک مثبت اولدیغی اشکارو

ع  $> ۱۸۰$  و ب  $> ۱۸۰$  اولدیغندن

$\frac{ع - ب}{۲} > ۰$  و حب  $\frac{ع - ب}{۲} < ۰$  اولمغه

حب (م - ب) + حب (م - ع) مجموعی مثبت اولمق لازم کلوب بونک  
ایچون دفعهٔ

حب (م - ب)  $> ۰$  و حب (م - ع)  $> ۰$  اوله میدرق

حب (م - ب) حب (م - ع)

حب م  $< ۰$  حب (م - ق)

کسرینک حدلری مثبت اولمق لازم کله جکی ثابت اولور

وینه حب (م - ب)  $< ۰$  حب (م - ع) افاده سنده واقع مضروبک  
حب م  $< ۰$  حب (م - ع)

ایکیسی بردن منفی اوله میه جقلری بوندن اول اثبات وارا نه اولمش اولدیغندن

حب (م - ب)  $< ۰$  حب (م - ع)  $< ۰$  دن حب (م - ب)  $< ۰$  و حب (م - ع)  $< ۰$

غیر مساواتلری استخراج اولنه جفی کبی شو حب م  $< ۰$  حب (م - ع)  $< ۰$

غیر مساواتندن دخی

حب م  $< ۰$  و حب (م - ع)  $< ۰$

غیر مساواتلری استخراج اولنوب بناء علیه حب (م - ب)  $< ۰$  حب (م - ق)

حب م  $< ۰$  حب (م - ع)

غیر مساواتندن

ح(م-ب) < و(م-ک) < و(م-ن) < و(م-ع) < .  
اولمق لازمکه جکی اکلاشیلور .

مع هذا ۳۷° درجه دن اصغر اولسی طبیعی اولان م نصف مجموع اضلاع  
ح م < اولسی شرطنه نظرأ ۱۸۰° دن دخی اصغر اولمق لازمکه

$$م > ۱۸۰ \text{ و } ۲ م > ۳۶۰ \text{ اولوب}$$

بوايسه مثلثك مجموع اضلائك محیط دائره دن اصغر اوله جفی کوسستمکه  
تدقیقات سابقه نتایجك حقیقه مقارنته دلیل اولور .

برده دستورده داخل م - ب و م - ق و م - ع قوسلرنده هر برینك اشارتی  
مثبتدر چونکه اگر مذکور قوسلردن برینك ومثلام - ع قوسنك اشارتی  
منفی اوله جق اولسه ح(م-ع) < اولمق لازم کلدیکندن (م-ع)  
قوسی قیمت مطلقه سیله ۱۸۰° درجه دن اعظم اولمق و ع ضلعیده ینه ۱۸۰° دن  
اعظم اولمق لازمکه بویخصوص مثلث کرویلرده اضلاعدن هر برینك  
نصف محیطدن اصغر اولسی فرضنك خلاقی اولدیغی جهته صحیح اوله میه جفی  
محتاج تکرار اولماغله

$$\begin{aligned} & (م-ع) < (م-ب) \text{ و } (م-ب) < (م-ق) \text{ و } (م-ق) < (م-ع) \\ & و ع > ب + ن \text{ و } ق > ب + ع \text{ و } ب > ق + ع \end{aligned}$$

اولمق ایجاب ایدوب ومثلثك موجود اولسنه مقتضی شرائط کافیه آتیده کی  
ایکی شرط ایله اوله جفی اکلاشیلور .

(۱) اضلاع ثلثه معلومه مجموعی بردائره عظیمه محیطندن اصغر اولمق

(۲) اضلاع معلومدهن هر بری دیگر ایکسی مجموعندن اصغر بولمق

صورت ثانیه — ع و ب ضلعلیله برنجی ضلعه مقابل ع زاویه سی معلوم  
اولان برمثث کروی از اوایانك ب و ق و ق مجهولرینی حساب ایتك

$$\frac{\text{ح ب ح ع}}{\text{ح ع}} = \text{ح ب} \text{ زاویه سی ح ب}$$

دستوری ایله حساب اولنور .

و زاویه سنی حساب اینک ایچون دخی ( ماده ۳ ) مذکور اولاشو دستور  
 عام مماس ع . حب ک = حب ک حب ق + حب و عام مماس ع اخذ اولاندقده  
 دستور مذکور دن حب و +  $\frac{\text{حب ک} \cdot \text{حب ق}}{\text{عام مماس ع}}$  =  $\frac{\text{عام مماس ع} \cdot \text{حب ک}}{\text{عام مماس ع}}$   
 بولنور .

امدی مماس ه =  $\frac{\text{حب ک}}{\text{عام مماس ع}}$  فرض اولوبده، افاده سابقده  $\frac{\text{حب ک}}{\text{عام مماس ع}}$   
 محلنه  $\frac{\text{حب ه}}{\text{حب ه}}$  وضع اولور ایسه

حب و +  $\frac{\text{حب ه}}{\text{حب ه}}$  . حب و - عام مماس ع . حب ک یاخود  
 عام مماس ع  
 حب و . حب ه + حب و . حب ه =  $\frac{\text{عام مماس ع} \cdot \text{حب ک} \cdot \text{حب ه}}{\text{عام مماس ع}}$   
 اولور که بوده حب ( و + ه ) عام مماس ع . حب ک حب ه دیمک  
 عام مماس ع

اولدیغندن بونهایت دستوردن و زاویه سیله ه زاویه متوسطه سی مجموعی  
 بولنوب و زاویه متوسطه طرح اولنه رق زاویه مجهوله بولنور .  
 حب ک = حب ک . حب و + حب ک . حب و . حب ع دستوری  
 النه رق حب ک = حب ک ( حب و + مماس ک . حب و . حب ع )  
 صورتنه وضع بعده مماس ک . حب ع = عام مماس ه =  $\frac{\text{حب ه}}{\text{حب ه}}$  فرضیه

مساویسی یوقاروکی افادهده محلنه افاده اوللنجه :

حب ک = حب ک ( حب ک +  $\frac{\text{حب ه}}{\text{حب ه}}$  . حب و ) =  $\frac{\text{حب ک} \cdot \text{حب} (\text{حب} + \text{ه})}{\text{حب ه}}$

یاخود حب ( و + ه ) =  $\frac{\text{حب ک} \cdot \text{حب ع} \cdot \text{حب ه}}{\text{حب ک}}$  حصوله کلوب مذکور

دستوردن ک ضلعیه ه زاویه متوسطه سی مجموعی بولنوب و زاویه  
 متوسط طرح اولنه ر ق ضلعی بولنور .  
 صورت ثالث - بر مثلث کروی مائل از وایانک ع و ک ضلعیه بینرنده کی

و زاویه سی معلوم ایکن ع و ب و ق مجهولترین حساب ایتک

ع زاویه سی بولق ایچون معلوم اولان

$$\text{مام مماس ع} \cdot \text{ح ب ک} = \text{محم ب ک} \cdot \text{محم ق} + \text{ح ب و} \cdot \text{مام مماس ع}$$

$$\text{دستورندن مام مماس ع} = \frac{\text{مام مماس ع} \cdot \text{ح ب ک} - \text{محم ب ک} \cdot \text{محم ق}}{\text{ح ب و}}$$

$$\frac{\text{مام مماس ع}}{\text{ح ب و}} \left\{ \text{ح ب ک} - \frac{\text{محم ب ک} \cdot \text{محم ق}}{\text{مام مماس ع}} \right\} \text{ اولور :}$$

$$\text{امدی مماس ه} = \frac{\text{محم ب ک}}{\text{مام مماس ع}} = \frac{\text{ح ب و}}{\text{اوله جق اولان بر زاویه متوسطه}}$$

$$\text{ه ایله کوستریلوبده} \frac{\text{محم ب ک}}{\text{مام مماس ع}} \text{ کسرینک بوفرضه کوره اولان قیمتی}$$

افاده سابقده محله وضع اولسه

$$\text{مام مماس ع} = \frac{\text{مام مماس ع} \cdot \text{ح ب ک} - \text{محم ب ک} \cdot \text{محم ق}}{\text{ح ب و}}$$

$$= \frac{\text{مام مماس ع} \cdot \text{ح ب ک} - \text{محم ب ک} \cdot \text{محم ق}}{\text{ح ب و}} \text{ اولور}$$

$$\text{و ه زاویه متوسطه سی مماس ه} = \frac{\text{محم ق}}{\text{مام مماس ع}} \text{ مساواتیله تعیین}$$

اولندیغندن ق ضلعی حساب ایچون

$$\text{م ب ق} = \text{محم ب ک} \cdot \text{محم ق} + \text{ح ب ک} \cdot \text{محم ق} + \text{ح ب و} \cdot \text{دستوری النور که}$$

مذکور دستورندن

$$\text{م ب ق} = \text{محم ب ک} \cdot \text{محم ق} + \text{ح ب ک} \cdot \text{محم ق} + \text{ح ب و} \cdot \text{اولوب}$$

$$\text{مماس ع} \cdot \text{محم ق} = \text{مام مماس ه} = \frac{\text{محم ه}}{\text{ح ب و}} \text{ فرض و مساویسی محله وضع}$$

اولندقد

$$\text{م ب ق} = \text{محم ب ک} \cdot \text{محم ق} + \text{ح ب ک} \cdot \text{محم ق} + \text{ح ب و} \cdot \text{محم ق} = \frac{\text{محم ق} \cdot (\text{ح ب ک} + \text{ح ب و})}{\text{ح ب و}}$$

صورت رابعه - بر مثلث کروی مائل الزوایانک ع و ب زاویه لایله مذکور  
زاویه لایله مجاور ق ضلعی معلوم ایکن ق و ع و ب مجهولترین حساب ایتک:

ع ضلعی حساب ایچون (ماده ۳) ده مذکور آئیده کی دستور استعمال اولور .

مام مماس ع . حب ک = حب ق . حب ب + حب ب . مام مماس ع  
مذکور دستور دن

$$\text{مام مماس ع} = \frac{\text{حب ک}}{\text{حب ق}} \left\{ \frac{\text{حب ب} + \frac{\text{مام مماس ع} \cdot \text{حب ب}}{\text{حب ک}}}{\text{حب ب}} \right\} \text{اولوب}$$

$$\frac{\text{مام مماس ع}}{\text{حب ق}} = \text{مام مماس ه} = \frac{\text{حب ه}}{\text{حب ه}}$$

فرض اوله رق افاده سابقده مساویسی محله افاده اولندقه

$$\text{مام مماس ع} = \frac{\text{حب ق}}{\text{حب ق}} \left\{ \frac{\text{حب ب} + \frac{\text{حب ب} \cdot \text{حب ه}}{\text{حب ه}}}{\text{حب ه}} \right\}$$

$$= \frac{\text{مام مماس ق} \cdot \text{حب} (\text{ب} + \text{ه})}{\text{حب ه}} \text{اولور .}$$

وعین اصول اوزره عمل اوله رق

$$\text{مام مماس ب} = \frac{\text{مام مماس ق} \cdot \text{حب} (\text{ع} + \text{ه})}{\text{حب ه}} \text{بولور .}$$

ق زاوی سنک حسابی بوجه آتی اولور .

$$\text{حب ق} = \text{حب ب} \cdot \text{حب ع} + \text{حب ب} \cdot \text{حب ع} \cdot \text{حب ک} \text{ دستور دن}$$

$$\text{حب ق} = \text{حب ع} (\text{حب ب} + \text{حب ب} \cdot \text{مام ع} \cdot \text{حب ب} \cdot \text{حب ق}) \text{ اولور که}$$

$$\text{مام ع} \cdot \text{حب ق} = \text{مام مماس ه} = \frac{\text{حب ه}}{\text{حب ه}}$$

فرضیه مساویسی محله وضع اولندقه

$$\text{حب ق} = \text{حب ع} (\text{حب ب} + \frac{\text{حب ب} \cdot \text{حب ه}}{\text{حب ه}}) = \frac{\text{حب ع} \cdot \text{حب} (\text{ب} - \text{ه})}{\text{حب ه}}$$

اولور .

صورت خامسه - بر مثلث کروی مائل الزایانک ع و ب زاویه لویه

مذکور زاویه ردن برنجی به مقابل ع ضلعی معلوم ایکن ب و ق و

مجهولرینی استخراج ایکن :

مثلث کروی مائل الزویانک معلوم اولان خاصدهی موجبنجه



$$\text{حب ب} = \frac{\text{حب ع} \cdot \text{حب ب}}{\text{حب ع}} \quad \text{اولوب}$$

ب ضلعی حسابہ مخصوص دستور بولٹش اولور و ق ضلعی حساب ایتک  
ایچون دخی شو

مام مماس ع . حب ق = حب ق . حب ب + حب ب . مام مماس ع دستورندن  
مام مماس ع . حب ق . حب ق . حب ب = حب ب . مام مماس ع یاخود

$$\text{حب ق} - \frac{\text{حب ق} \cdot \text{حب ب}}{\text{مام مماس ع}} = \frac{\text{حب ب} \cdot \text{مام مماس ع}}{\text{مام مماس ع}} \quad \text{اولغله}$$

$\frac{\text{حب ب}}{\text{مام مماس ع}} = \text{مماس ه} = \frac{\text{حب ه}}{\text{حب ه}}$  فرضیله مساویسی یوفاروده کی  
دستورده محلنه وضع اولندقدہ

$$\text{حب ق} - \frac{\text{حب ه}}{\text{حب ه}} \cdot \text{حب ق} = \frac{\text{حب ب} \cdot \text{مام مماس ع}}{\text{مام مماس ع}} \quad \text{یاخود}$$

$$\text{حب (ه - ه)} = \frac{\text{حب ب} \cdot \text{مام مماس ع} \cdot \text{حب ه}}{\text{مام مماس ع}} \quad \text{اولوب مطلوب ثابت اولور}$$

وبنه و زاویه سنک حسابنه کلنجه

حب ع = حب ب . حب ب . حب ق + حب ب . حب ق . حب ع دستورندن

$$\text{حب ق} - \frac{\text{مام مماس ب} \cdot \text{حب ق}}{\text{حب ع}} = \frac{\text{حب ع}}{\text{حب ب} \cdot \text{حب ع}} \quad \text{اولغله}$$

$$\frac{\text{مام مماس ب}}{\text{حب ع}} = \text{مماس ه} = \frac{\text{حب ه}}{\text{حب ه}} \quad \text{فرض و دستورده محلنه وضع اولندقدہ}$$

$$\text{حب (ق - ه)} = \frac{\text{حب ع} \cdot \text{حب ه}}{\text{حب ب} \cdot \text{حب ع}} \quad \text{اولور}$$

صورت سادسه - بر مثلث کروی مائل الزوایانک ع و ب و ق زاویه لری  
معلوم ایکن ع و ب و ق ضلع لری حساب ایتک .

حب ع = حب ب . حب ب . حب ق + حب ب . حب ق . حب ع دستورندن

$$\frac{\text{حب ع} + \text{حب ب} \cdot \text{حب ب} \cdot \text{حب ق}}{\text{حب ب} \cdot \text{حب ق}} = \text{حب ع}$$

استخراج اول نور ایسده لغارتمه ایله قولایچه حساب اولنور دستورلی بولق ایچون  
حب  $\frac{ع}{۲}$  و حب  $\frac{ب}{۲}$  و حب  $\frac{ق}{۲}$  تعبیرلرینک قیتلری ارشدیر لسه

$$\frac{\text{حب } \frac{ع}{۲} - ۱ - \text{حب } \frac{ع}{۲}}{\text{حب } ۲ - \text{حب } ۰ - \text{حب } ۱ - \text{حب } ۱ - \text{حب } ۱ - \text{حب } ۱} = \sqrt{\frac{\text{حب } \frac{ع}{۲} - ۱ - \text{حب } \frac{ع}{۲}}{\text{حب } ۲ - \text{حب } ۰ - \text{حب } ۱ - \text{حب } ۱ - \text{حب } ۱ - \text{حب } ۱}}$$

$$\frac{\text{حب } \frac{ع}{۲} - \text{حب } (۱ + ۱) - \text{حب } \frac{ع}{۲}}{\text{حب } ۲ - \text{حب } ۰ - \text{حب } ۱ - \text{حب } ۱ - \text{حب } ۱ - \text{حب } ۱}} = \sqrt{\frac{\text{حب } \frac{ع}{۲} - \text{حب } (۱ + ۱) - \text{حب } \frac{ع}{۲}}{\text{حب } ۲ - \text{حب } ۰ - \text{حب } ۱ - \text{حب } ۱ - \text{حب } ۱ - \text{حب } ۱}}}$$

حالبوکه حب (۱ + ۱) + حب ع - ۲ حب  $\frac{ع + ۱ + ۱}{۲}$  حب

ب + ۱ - ع اولدیغندن

$$\frac{\text{حب } \frac{ع}{۲} - \text{حب } \frac{ع + ۱ + ۱}{۲} - \text{حب } \frac{ع + ۱ + ۱}{۲}}{\text{حب } ۲ - \text{حب } ۰ - \text{حب } ۱ - \text{حب } ۱ - \text{حب } ۱ - \text{حب } ۱}} = \sqrt{\frac{\text{حب } \frac{ع}{۲} - \text{حب } \frac{ع + ۱ + ۱}{۲} - \text{حب } \frac{ع + ۱ + ۱}{۲}}{\text{حب } ۲ - \text{حب } ۰ - \text{حب } ۱ - \text{حب } ۱ - \text{حب } ۱ - \text{حب } ۱}}}$$

فن هندسه کورلیدیکی اوزره برمنلث کروینک زاویهلری مجموعی ایکی  
قائمدهن اعظم اولدیغندن ع و ب و ق زاویهلری مجموعنک ایکی قائمه دن  
زیاده لکی ۲ ک ایله ارئه اولنسه

$$\frac{\text{ع} + \text{ب} + \text{ق}}{۲} = ۹۰ + \text{ك} \text{ و } \frac{\text{ع} + \text{ب} + \text{ق}}{۲} = ۹۰ - \text{ك} - \text{ع اولدیغندن}$$

$$\frac{\text{ع} + \text{ب} + \text{ق}}{۲} = ۹۰ + \text{ك} \text{ و } \frac{\text{ع} + \text{ب} + \text{ق}}{۲} = ۹۰ - \text{ك} - \text{ع اولدیغندن}$$

اولغین دستور سابق آتیده کی شکه کیر

$$\frac{\text{حب } \frac{ع}{۲} - \text{حب } ۰ - \text{حب } (ع - ك)}{\text{حب } ۲ - \text{حب } ۰ - \text{حب } ۱ - \text{حب } ۱ - \text{حب } ۱ - \text{حب } ۱}} = \sqrt{\frac{\text{حب } \frac{ع}{۲} - \text{حب } ۰ - \text{حب } (ع - ك)}{\text{حب } ۲ - \text{حب } ۰ - \text{حب } ۱ - \text{حب } ۱ - \text{حب } ۱ - \text{حب } ۱}}}$$

بروجه مشروح اجرلی عمل اولنهرق

$$\frac{\text{حب } \frac{ع}{۲} - \text{حب } (ب - ك) - \text{حب } (ق - ك)}{\text{حب } ۲ - \text{حب } ۰ - \text{حب } ۱ - \text{حب } ۱ - \text{حب } ۱ - \text{حب } ۱}} = \sqrt{\frac{\text{حب } \frac{ع}{۲} - \text{حب } (ب - ك) - \text{حب } (ق - ك)}{\text{حب } ۲ - \text{حب } ۰ - \text{حب } ۱ - \text{حب } ۱ - \text{حب } ۱ - \text{حب } ۱}}}$$

مذکور ایکی دستور بربرله تقسیم اولنهرق

$$\text{مماس } \frac{ع}{۲} = \sqrt{\frac{\text{حب ك} \cdot \text{حب (ع - ك)} + (\text{حب (ق - ك)})}{\text{حب (ب - ك)} \cdot \text{حب (ق - ك)}}} \cdot \text{بولنور} \cdot$$

بووجهله بولنان دستورلده حرفلر دكشدبريلهرك ك و ق ضلعلرينك حسابنه مخصوص دستورلنده استخراج اولنهجفی محتاج تعريف دكلدر .

۱۱ - مثلث كروى مائل الزواياك متمملى الندرق التى درلو اولان حللرينك صكرهكى اوج صورتى اولكى اوج صورتته يعنى التيجى بى برنجى به بشنجى بى ايكنجى به و دردنجى بى اوچنجى به ارجاع ممكن اولهجفى كېي (دولامبر) و (نپر) دستورلى واسطهسيلاده حللى تسهيل اوليور .

- دولامبر دستورلى -

۱۲ - ماده سابقهده مذكور اولديغى اوزره بر مثلث كروى

مائل الزاويهده  $ع + ك + ق = ۲ م$

$$\text{حب } \frac{۱}{۲} ع = \sqrt{\frac{\text{حب (م - ب)} \cdot \text{حب (م - ق)}}{\text{حب ك} \cdot \text{حب م}}} \cdot \text{وحب } \frac{۱}{۲} ع =$$

$$\sqrt{\frac{\text{حب م} \cdot \text{حب (م - ع)}}{\text{حب ب} \cdot \text{حب م}}}$$

$$\text{حب } \frac{۱}{۲} ب = \sqrt{\frac{\text{حب (م - ك)} \cdot \text{حب (م - ع)}}{\text{حب ع} \cdot \text{حب ق}}} \cdot \text{وحب } \frac{۱}{۲} ب =$$

$$\sqrt{\frac{\text{حب م} \cdot \text{حب (م - ك)}}{\text{حب ع} \cdot \text{حب ق}}}$$

$$\text{حب } \frac{۱}{۲} ق = \sqrt{\frac{\text{حب (م - ع)} \cdot \text{حب (م - ك)}}{\text{حب ك} \cdot \text{حب ع}}} \cdot \text{وحب } \frac{۱}{۲} ق =$$

$$\sqrt{\frac{\text{حب م} \cdot \text{حب (م - ك)}}{\text{حب ع} \cdot \text{حب ب}}}$$

دستورات آئنده

$$\text{حب } \frac{۱}{۲} (ع \pm ب) = \text{حب } \frac{۱}{۲} ع \cdot \text{حب } \frac{۱}{۲} ب + \text{حب } \frac{۱}{۲} ب \cdot \text{حب } \frac{۱}{۲} ع$$

$$\text{حب } \frac{۱}{۲} (ع \pm ق) = \text{حب } \frac{۱}{۲} ع \cdot \text{حب } \frac{۱}{۲} ق + \text{حب } \frac{۱}{۲} ق \cdot \text{حب } \frac{۱}{۲} ع$$

حب ۱/۲ ع و حب ۱/۲ ب و حب ۱/۲ ع و حب ۱/۲ ب محللرینه یو فارود ه کی  
مساویلری وضع اولینجه

$$\text{حب } \frac{1}{2} (ع + ب) = \text{حب } (م - ب) \pm \text{حب } (م - ع) \quad \text{حب ق}$$

$$\sqrt{\text{حب م حب } (م - ق) = \text{حب } (م - ب) \pm \text{حب } (م - ع) \quad \text{حب ق}} \quad \text{حب ع } \cdot \text{حب ب}$$

$$\text{كذلك حب } \frac{1}{2} (ع + ب) -$$

$$\sqrt{\text{حب م } + \text{حب } (م - ق) = \text{حب } (م - ع) \pm \text{حب } (م - ب) \quad \text{حب ق}} \quad \text{حب ع } \cdot \text{حب ب}$$

$$\text{حب م } \cdot \text{حب } (م - ق) \quad \text{حب ق} \cdot \text{حب } \frac{1}{2} ق \quad \text{اولور}$$

$$\text{بوندنبشقه حب } (م - ب) + \text{حب } (م - ع) = ۲ \text{ حب } \frac{1}{2} ب \cdot \text{حب } \frac{1}{2} (ع - ب)$$

$$\text{حب } (م - ع) - \text{حب } (م - ب) \quad ۲ \text{ حب } \frac{1}{2} ق \cdot \text{حب } \frac{1}{2} (ع - ب)$$

$$\text{حب م } + \text{حب } (م - ق) = ۲ \text{ حب } \frac{1}{2} (ع + ب) \cdot \text{حب } \frac{1}{2} ق$$

$$\text{حب م } - \text{حب } (م - ق) \quad ۲ \text{ حب } \frac{1}{2} (ع + ب) \cdot \text{حب } \frac{1}{2} ق$$

$$\text{حب ق} = ۲ \text{ حب } \frac{1}{2} ق \cdot \text{حب } \frac{1}{2} ق \quad \text{اولدیغندن}$$

مساویلر محللرینه وضع واحتصار اولنهرق

$$\left. \begin{array}{l} \text{حب } \frac{1}{2} (ع + ب) = \frac{\text{حب } \frac{1}{2} (ع - ب)}{\text{حب } \frac{1}{2} ق} \\ \text{حب } \frac{1}{2} (ع - ب) = \frac{\text{حب } \frac{1}{2} (ع - ب)}{\text{حب } \frac{1}{2} ق} \\ \text{حب } \frac{1}{2} (ع + ب) = \frac{\text{حب } \frac{1}{2} (ع + ب)}{\text{حب } \frac{1}{2} ق} \\ \text{حب } \frac{1}{2} (ع - ب) = \frac{\text{حب } \frac{1}{2} (ع - ب)}{\text{حب } \frac{1}{2} ق} \end{array} \right\} \dots (ل)$$

دستورلری بولنش بولنور که بولنره مستخر جینک نامنه نسبته (دولامبر)  
دستورلری تعبیر اولنور

نپر دستورلری

۱۳ - ( ماده ۱۲ ) ده ( ل ) ايله اشارت اولنش اولان دستورلردن ايكنجی دردنجی و برنجی اوچنجی و بنه تکرار ايکنجی برنجی و دردنجی اوچنجی ايله تقسيم اولنهرق دستورات آتیة استخراج اولنور .

$$\begin{aligned} (۱) \quad & \text{مماس} \frac{۱}{۲} (ع - ب) = \text{مام مماس} \frac{۱}{۲} \frac{حب (ع - ب)}{حب (ع + ب)} \dots\dots\dots (۱) \\ (۲) \quad & \text{مماس} \frac{۱}{۲} (ع + ب) = \text{مام مماس} \frac{۱}{۲} \frac{حب (ع + ب)}{حب (ع - ب)} \dots\dots\dots (۲) \\ (۳) \quad & \text{مماس} + (ع - ب) = \text{مام مماس} \frac{۱}{۲} \frac{حب (ع - ب)}{حب (ع + ب)} \dots\dots\dots (۳) \\ (۴) \quad & \text{مماس} \frac{۱}{۲} (ع + ب) = \text{مام مماس} \frac{۱}{۲} \frac{حب (ع + ب)}{حب (ع - ب)} \dots\dots\dots (۴) \end{aligned}$$

ایشته بودرت دستور (نپر) دستورلردن عبارتدرلر .

نپر دستورلرینک مثلث کرویلرک حالرینه تطبیق

۱۴ - نپر دستورلریله مثلث کرویلر اقدیمجه افاده اولندیغی وجهله قولایلقله یعنی زاویه متوسطة استعمالنه حاجت قالمقسزین بروجده آتی حل وحساب اولنور .

صورت ثانیة - ع و ک ضلعلریله برنجی ضلعه مقابل ع زاویه سی معلوم اولان بره مثلث کروینک ب و و و ق بمجهوللرینی حساب ایتک لازم کلسه اولا معلوم شو

$$\frac{حب ب}{حب ع} = \frac{حب ک}{حب ع}$$

نسبتندن

حب ب = حب ع . حب ب ..... (۱) اولور .

بعده (ماده ۱۳) ده مذکور نپردستور لرینه تطبیقاً

$$(۲) \dots\dots \text{مام مماس} \frac{ق}{۲} = \text{مماس} \frac{۱}{۲} (ع - ب) \text{ حب} \frac{۱}{۲} (ع + ب) \dots\dots$$

$$(۳) \dots\dots \text{مماس} \frac{ق}{۲} = \text{مماس} \frac{۱}{۲} (ع - ب) \text{ حب} \frac{۱}{۲} (ع + ب) \dots\dots$$

دستور لريله ق و ق مجھوللری حساب اولور .

صورت ثالثه - ع و ب ضلع لريله بیلرندہ کی ق زاویہ سی معلوم اولان مثلث

کروی مائل الزوایانک ع و ب و ق مجھوللرینی حساب ایتک .

نپرک دستور لرندن :

$$\text{مماس} \frac{ع + ب}{۲} = \text{مام مماس} \frac{ق}{۲} . \text{حب} \frac{۱}{۲} (ع - ب)$$

$$\text{مماس} \frac{ع - ب}{۲} - \text{مام مماس} \frac{ق}{۲} . \text{حب} \frac{۱}{۲} (ع - ب)$$

بالا ده کی ایکی دستور واسطه سیله  $\frac{ع + ب}{۲}$  و  $\frac{ع - ب}{۲}$  مقدارلری بولنوب

بعده مقدارین مذکورین بربريله بر کره جمع و بر کره طرح اولنہرق ع و ب

زاویہ لری بولنور .

ق ضلعی ایسه

$$\text{مماس} \frac{ق}{۲} = \sqrt{\frac{\text{حب} \frac{۱}{۲} (ع - ب) \cdot \text{حب} \frac{۱}{۲} (ق - ب)}{\text{حب} \frac{۱}{۲} (ع - ب) \cdot \text{حب} \frac{۱}{۲} (ق - ب)}}$$

دستور یله بولنوب و مجھوللر ایچون هر حالده بر درلو قیمت حصوله کلور .

صورت رابعه --- بر ضلع مجاور ع و ب زاویہ لری معلوم اولان مثلث

کروی مائل الزوایانک مجھوللرینی حساب ایتک

نپرک دستور لرندن .

$$\text{مماس} \frac{۱}{۲} (ع + ب) = \text{مماس} \frac{ق}{۲} \text{ حب} \frac{۱}{۲} (ع - ب)$$

$$\text{مماس} \frac{۱}{۲} (ع - ب) = \text{مماس} \frac{ق}{۲} \text{ حب} \frac{۱}{۲} (ع - ب)$$

یوفاروده کی ایکی دستور ایله  $\frac{1}{2}(\bar{c} + \bar{b})$  و  $\frac{1}{2}(\bar{c} - \bar{b})$  مقدارلی بولنوب صکره  $\bar{c}$  و  $\bar{b}$  ضلعری بولنور .

و زاویه سی

$$\text{ماس} \frac{1}{2}(\bar{c} - \bar{b}) = \text{مام ماس} \frac{1}{2} \cdot \frac{\text{حب} \frac{1}{2}(\bar{c} - \bar{b})}{\text{حب} \frac{1}{2}(\bar{c} + \bar{b})}$$

دستوریه حساب اولنه جفی کی

$$\text{ماس} \frac{1}{2} = \sqrt{\frac{\text{حب}(\bar{m} - \bar{c}) \cdot \text{حب}(\bar{m} - \bar{b})}{\text{حب}(\bar{m} - \bar{q}) \cdot \text{حب}(\bar{m} - \bar{u})}}$$

دستوریه دخی حساب اولنه یلور .

بومسئله دخی مجهوللرک برر درلو قیتملری ظهور ایده جکی دستورلرک شکندن اشکاردر .

صورت خامسه -  $\bar{c}$  و  $\bar{b}$  زاویه لریله مذکور زاویه لرک برینه مقابل ضلعی معلوم اولان مثلث کروی مائل الزوایانک  $\bar{b}$  و  $\bar{c}$  و مجهوللرینی حساب ایتک

اول امرده  $\bar{b}$  ضلعی

$$\frac{\text{حب} \bar{c}}{\text{حب} \bar{b}} = \frac{\text{حب} \bar{c}}{\text{حب} \bar{b}}$$

نسبتیه حل اولنوب بعده دیگر مجهوللر

$$\text{ماس} \frac{1}{2} = \frac{\text{ماس} \frac{1}{2}(\bar{c} - \bar{b}) \cdot \text{حب} \frac{1}{2}(\bar{c} + \bar{b})}{\text{حب} \frac{1}{2}(\bar{c} - \bar{b})}$$

$$\text{مام ماس} \frac{1}{2} = \frac{\text{ماس} \frac{1}{2}(\bar{c} - \bar{b}) \cdot \text{حب} \frac{1}{2}(\bar{c} + \bar{b})}{\text{حب} \frac{1}{2}(\bar{c} - \bar{b})}$$

دستورلریله حل اولنورلر اضلاع ثلثلری و یا زوایای ثلثلری معلوم اولان مثلث کروی مائل الزوایا رایسه (ماده ۱۰) ده ارائه اولنمش دستورلریله حل اولنوب و مجهوللرک قیتملری برر درلو ظهور ایدر .

❖ مثلث کرویلرک نتیجهٔ حلرنده ظهوره کلان حالات مشکوکه نك امتحانی ❖

۱۵ - مثلث کرویء مائل الزوایا لارک بر موجب بالا حل اولنان صور  
سته سندن ایکنجی و بشنجی صورتلرنده اقسام مجهوله دن برر دانه سی جیبلریله  
حل اولوب و مذکور جیبلره متعلق بر رینک متممی ایکی درلو مقدار درجه دن  
قنغیسنک مسئله به توافق ایده جکی بلا امتحان بیلنه میه جکسندن خصوص  
مذکورک نوجهله تمیز ازلنه جغی روجه آتی امتحان اوله حق شو قدرکه  
صورت خامسه مثلث کروی قطبی اندرق صورت ثانیه به ارجاع  
ایدیله بیله جکی کبی اصول امتحایده ایکنجینک اصول امتحانک عینی اوله جغندن  
یا لکر ایکنجی صورتده کی مشکو کینک تفتیش و امتحانیله اکتفا ایدیله جکدر .  
۱۶ - صورت ثانیه مناقشه سی - صورت ثانیه ده اقسام معلومه  
ع و ک و ع دن عبارت اولوب ب و و و و اقسام مجهوله سی

$$(۱) \quad \text{ح ب} = \frac{\text{ح ع} \cdot \text{ح ب}}{\text{ح ع}} \quad \dots \quad (۱)$$

$$(۲) \quad \text{مام ماس} \frac{۹}{۲} = \frac{\text{ماس} \frac{۱}{۲} (\text{ع} - \text{ب}) \cdot \text{ح} \frac{۱}{۲} (\text{ع} + \text{ب})}{\text{ح} \frac{۱}{۲} (\text{ع} - \text{ب})} \dots (۲)$$

$$(۳) \quad \text{ماس} \frac{۹}{۲} = \frac{\text{ماس} \frac{۱}{۲} (\text{ع} - \text{ب}) \cdot \text{ح} \frac{۱}{۲} (\text{ع} + \text{ب})}{\text{ح} \frac{۱}{۲} (\text{ع} - \text{ب})} \dots (۳)$$

دستورلیله حل اولندیغی تکراره لزوم یوقدر .  
امدی مثلث اقسام سته سندن ع = ب و ع = ب فرض اولنور ایسه  
۲ و ۳ رقی دستورلر

$$\text{مام ماس} \frac{۹}{۲} - \text{و ماس} \frac{۹}{۲} = \div$$

صورتلرینه کیرر بو حالده مام ماس ۲ و ماس ۳ مقدارلرینک قیمتلرینی

بولق ایچون استعمال اوله جق اولان



مح ع = - مح ب . مح ق + مح ب . مح ق مح ع  
مح ع = مح ب مح ق + مح ب مح ق . مح ع  
دستورلی فرض سابقه کوره :

مح ع = - مح ع مح ق + مح ع مح ق مح ع  
مح ع = مح ع مح ق + مح ع مح ق مح ع  
اوله جفندن برنجی دستور دن

مح ع (۱ + مح ق) - مح ع مح ق . مح ع

مح ع - مح ۲ = مح ع . مح ع . مح ۲

و عام مماس ۲ = مماس ع مح ع . . . . . (۴)

کذلک مماس ۲ مماس ع مح ع . . . . . (۵)

برده اگر ع - ۹۰ = ۹۰ فرض اولور ایسه (۴) و (۵) رقلی

دستورلردن تمام مماس ۲ = - و مماس ۲ ÷ اولور .

وبو صورتده مسئله نك غیر محدود اوله جمعی مساواتك شكندن آشکاردر .

والحاصل ع = ب اولدیغی حالده اقسام معلومدن فقط بری یعنی ع

یا خود ع مقدارلری ۹۰ فرض اولور ایسه (۴) و (۵) رقلی دستورلر .

مام مماس ۲ = ~ یا خود مماس ۲ = ~

بناء علیه ق = ۰ یا خود ق = ۱۸۰ اولوب مسئله غیر ممکن اوله جفی دستورلرک

شکندن اکلاشيله جفی کبی بالهندسه دخی ارائه اولنه بیلور .

فرضیات اخیره دن قطع نظر ع و ع قسملرینک ۹۰ درجهدن اعظم ویا اصغر

اولدیغی دوشینلور ایسه بو حالده مسئله ممکن اوله بیلک ایچون مماس ع

و مح ع نسبتلرینک اشارتلی بربرینک عینی اولق لازمکلور . چونکه

و محمولنک ۱۸۰ درجهدن اصغر اولسی لزومی اشکار اولدیغندن عام مماس

۲ مقدارینک اشارتی مثبت اولق ایجاب ایدر یعنی مسئله نك ممکن اوله بیلسی

ع و ع قسملرینک برجنسندن اولسی سرطنه مربوط اولوب و مسئله ده

مجهوللرک دائما برر درلو قیتملری اولور .

قالدیکه ع و ک ضلعلری غیر مساوی اولور ایسه

ح ب = ح ع . ح ب  
ح ب

دستوری ب زاویه سنک قیتمی اعطا ایدوب

و  $\frac{\text{ح ع ح ب ك}}{\text{ح ع}} > ۱$  یا خود لع ح ع + لع ح ب ك - لع ح ع > ۱۰

اولد قجه تناسل مثلثاتیه جدوللرندن ب زاویه سیچون  $\text{ب} > ۹۰^\circ$  درجه اولمق اوزره بر قیمت بولنور لکن مذکور قیمتك متممی اولان  $۱۸۰^\circ - \text{ب}$  یا خود  $\text{ب}$  زاویه سنده عین جیهه متناظر اولدیغندن ح ب مقدارلرینه متناظر بر برینك متممی  $\text{ب}$  و  $\text{ب}$  مقدارلری بونتمس اولور که مقدارین مذکورین (۲) و (۳) رقلی دستورلده ب محله قونیلر ق و ق مجھولر پچون دخی ایکیشر قیمت بولنور و ق زاویه سیله ق ضلعی  $۱۸۰^\circ$  درجه دن اصغر اوله جقلرندن عام مماس  $\text{ق}$  و مماس  $\text{ب}$  مقدارلرینك بولنه جق قیتملری مثبت اولمق لازمکله جکی و برده (۲) و (۳) رقلی دستور له دقت اوننجه (ع - ب) و (ع - ك) مقدارلرینك ایکسیسنك بردن مثبت و یا ایکسیسنك بردن منفی اولمسی لزومی میدانه چیقار ر بوشرط مسئله نك صحیح اولسنه کافی برشرطدر .

بوندن بشقه ع و ك ضلعلری معلوم اولدیغندن (ع - ب) ذو حدینك اشارتی معلوم دیمك اولمغین اقتضا ایتدکجه  $\text{ب}$  و  $\text{ب}$  قیتملرینك مطلوبه موافق اولوب اولمقلری بالسؤله بیلنور شویله که ع زاویه معلوم هسندن دستور ایله حساب اولنان  $\text{ب}$  و  $\text{ب}$  زاویه لرینك قیتملری طرح اولنور حاصل طر حرك اشارتلی ع - ك حاصل طرحی اشارتک عینی چیقار ایشه  $\text{ب}$  و  $\text{ب}$  قیتملرینك ایکسیسنده مسئله یه موافق اولوب مسئله نك ایکی در لو حل اولدیغی واکریالکر برینك اشارتی عینی چیقار ایشه فقط مقدار مطلوبه موافق اولوب مسئله نك بردرلو حل اولدیغی والحاصل هیچ بری عینی ظهور ایتز ایشه مسئله نك هیچ بر حل اولدیغی اکلا شیلور .

یوقاروده کی قاعده نك تطبیقاتی اولمق اوزره ع زاویه سی حاده فرض اولنهرق باشلیجه اوج صورت بروجه آتی ایراد اولنمشدر .

$$\text{ك} > ۹۰^\circ \text{ و } \text{ب} < ۹۰^\circ \text{ و } \text{ك} < ۹۰^\circ$$

(اولا) ع  $> ۹۰^\circ$  و  $\text{ب} > ۹۰^\circ$  اولسه

ع ضلعی ك ضلعندن اصغر اولد قجه :

$$\text{ح} = \frac{\text{ح ع ح ب ك}}{\text{ح ع}} \text{ دستورندن } \text{ب} < \text{ع بولنه جفندن بشقه } \text{ب} <$$

۹. < ع . . . . اوله جغندنن ع - ب و ع - ب تفاضلارینک اشارتلی  
ع - ب ذوحیدنی اشارتک عینی اولوب بناء علیه مسئله نك ایکی درلو  
حلی اولور .

و ع < ک اولدیغی تقدیرده دخی

ع + ک > ۱۸۰ و ع + ک = ۱۸۰ و ع + ک < ۱۸۰ اولسی محتملدر .  
امدی ع + ک ۱۸۰ اولسه ک > ۱۸۰ - ع و ک < ۱۸۰ ع + ک اولوب  
و (۱) رقیل دستور موجبجه ب > ع اوله جغندن ع - ب تفاضلك  
اشارتی ع - ک تفاضلی اشارتک عینی اولوب و ب زاویه سی مسئله یه  
نوافق ایده جکی حالوکه ع - ب تفاضلك اشارتی ع - ک تفاضلی اشارتک  
عکسی اوله جغندن ب قیمتک قبوله شایان اولمه جفی ثابت اولور .

$$ع + ک = ۱۸۰ \text{ فرض اوئنجیه}$$

$$ب = ع و ع - ب = ۰ و ع - ب > ۰$$

اوله جغندن مسئله غیر ممکن اولور و ع + ک ۱۸۰ اولور ایسه نه  
ینه غیر ممکن اولور .

چونکه ک > ۱۸۰ - ع و ک < ۱۸۰ ع اوله جغندن ک > ع  
ب > ع و ع - ب > ۰ و ع - ب > ۰ اولوب مسئله نك غیر ممکن اوله جفی  
اکلاشیلور .

(ثانیاً) ع > ۹۰ و ب = ۹۰ اولدیغی خالده

$$ک = ب = \frac{ع + ع - ب}{ع} = \frac{ع + ع - ۰}{ع} = \frac{۲ع}{ع} = ۲ \quad (۱) \text{ دستوری}$$

$$ک = ب = \frac{ع + ع - ب}{ع} \text{ اولور .}$$

امدی ع ب فرض اولدقده (۱) رقیل دستوردن ب < ع اولق  
لازم کلکین

ع - ب > ۰ و ع - ب > ۰ اولوب مسئله نك ایکی درلو حلی اولور .  
یاخود ع > ک یعنی ع - ک > ۰ اولدیغی حالده دخی ینه سابق مثالو  
ع - ب > ۰ و ع - ب > ۰ اوله جغندن مسئله نك ینه هیچ حلی اوله منر .  
(ثالثاً) ع > ۹۰ و ک > ۹۰ اولدیغی حالده اگر ع > ک اولور ایسه

ع + ک > ۱۸۰ و ع + ک = ۱۸۰ و ع + ک < ۱۸۰ اوله بیلور  
ع + ک > ۱۸۰ اولنجه ک > ۱۸۰ - ع و ک منفرجه اولدیغندن  
ح ک < ح ع و ح ک > ح ع و ح ک < ح ع و ح ک > اولوب بناء علیه

مسئله نك ایکی درلو حلی اولور .

ع + ک = ۱۸۰ فرض اولنجه دخی ع - ب = ۰ و ع - ب = ۰ اولوب  
بولنان ایکی مقداردن یالکز ب مسئلهیه توافقی ایدوب دیکری ترك اولور .  
ع + ک < ۱۸۰ اولدیغنه کوره

ک < ۱۸۰ - ع و ح ک > ح ع و ح ک > ح ع  
اوله جغندن بناء علنه

مسئله نك زاویه سنك دستوردن تحصیل اولنان ب قییمله معین بردرلو  
حلی اولور .

اگر ع < ک فرض اولنور ایسه ع و ک دن هر بری ۹۰ دن اعظم اولدیغندن  
ح ع > ح ک و ح ع > ح ب و ع > ب اوله جغندن  
ع - ب > ۰ و ع - ب > ۰ اولوب

مسئله غیر ممکن اولور .

والحاصل ع = ۹۰ و ع < ۹۰ اولدیغنه کوره مسئله نك نتیجه مناقشه سی  
اولوبنده علاوه اولنجه نتایج مستحمله آتیده کی جدولده کوسرلدیکی اوزره  
ظهور ایدر :

ایکی درلو حل	.....	ع > ک	} ۹۰ > ک
بردرلو	.....	ع = ک	
.....	.....	ع < ک و ع + ک > ۱۸۰	
غیر ممکن	.....	ع < ک و ع + ک = ۱۸۰ و ع + ک < ۱۸۰	
ایکی درلو حل	.....	ع > ک	} ۹۰ = ک
غیر ممکن	.....	ع = ک یا خود ع < ک	
ایکی درلو حل	.....	ع > ک و ع + ک > ۱۸۰	} ۹۰ < ک
غیر ممکن	.....	ع > ک و ع + ک = ۱۸۰ یا خود ع + ک < ۱۸۰	

		$\left. \begin{array}{l} \text{ع} > \text{ب} \text{ یا خود ع} = \text{ب} \dots\dots \\ \text{ع} < \text{ب} \text{ و ع} + \text{ب} < ۱۸۰ \dots\dots \\ \text{ع} < \text{ب} \text{ و ع} + \text{ب} = ۱۸۰ \text{ یا خود ع} + \text{ب} < ۱۸۰ \text{ غیر ممکن} \end{array} \right\} \text{ب} > ۹۰$	
بر در لوح			
غیر ممکن			
غیر محدود		$\left. \begin{array}{l} \text{ع} > \text{ب} \text{ یا خود ع} < \text{ب} \dots\dots \\ \text{ع} = \text{ب} \dots\dots\dots \end{array} \right\} \text{ب} = ۹۰$	$\text{ع} = ۹۰$
بر در لوح			
غیر ممکن		$\left. \begin{array}{l} \text{ع} > \text{ب} \text{ و ع} + \text{ب} < ۱۸۰ \\ \text{ع} > \text{ب} \text{ و ع} + \text{ب} = ۱۸۰ \text{ یا خود ع} + \text{ب} = ۱۸۰ \text{ غیر ممکن} \\ \text{ع} = \text{ب} \text{ یا خود ع} < \text{ب} \dots\dots \end{array} \right\} \text{ب} < ۹۰$	
غیر ممکن		$\left. \begin{array}{l} \text{ع} > \text{ب} \text{ یا خود ع} = \text{ب} \dots\dots \\ \text{ع} < \text{ب} \text{ و ع} + \text{ب} < ۱۸۰ \dots\dots \\ \text{ع} < \text{ب} \text{ و ع} + \text{ب} = ۱۸۰ \text{ یا خود ع} + \text{ب} < ۱۸۰ \text{ غیر ممکن} \end{array} \right\} \text{ب} > ۹۰$	
ایکی در لو			
غیر ممکن			
کذا		$\left. \begin{array}{l} \text{ع} > \text{ب} \text{ یا خود ع} = \text{ب} \dots\dots \\ \text{ع} > \text{ب} \dots\dots\dots \end{array} \right\} \text{ب} = ۹۰$	$\text{ع} < ۹۰$
ایکی در لو			
بر در لو		$\left. \begin{array}{l} \text{ع} > \text{ب} \text{ و ع} + \text{ب} < ۱۸۰ \dots\dots \\ \text{ع} > \text{ب} \text{ و ع} + \text{ب} = ۱۸۰ \text{ یا خود ع} + \text{ب} < ۱۸۰ \text{ غیر ممکن} \\ \text{ع} = \text{ب} \text{ و ع} + \text{ب} = ۱۸۰ \dots\dots \\ \text{ع} = \text{ب} \text{ و ع} + \text{ب} = ۱۸۰ \text{ یا خود ع} + \text{ب} < ۱۸۰ \text{ غیر ممکن} \\ \text{ع} < \text{ب} \dots\dots\dots \end{array} \right\}$	
ایکی در لو			

مثلاث کرویه نك بعض تطبیقاتی

۱۷ - کره ارض اوزرنده طول لريله عرضی معلوم اولان ایکی نقطه نك بر بردن بعدی حساب ایتك :  
 طول و عرضی معلوم اولان ایکی نقطه ( شکل ۶ ) ع و ح حرف ليله قطب شمالي کره ط حرف ليله خط استوا ف و د دائره سیله ارائه و مذکور کره زاورنده طول غربی س ب نقطه سندن اعتباراً م ق جهته و طول

شرقیلر ب ك ف جهته طوغری قطع و حساب ارلندی فی فرض اولنسه  
ع م و ب قوسلری ع نقطه سنك عرض ، طولنی کوسینرمله مقدار  
درجهلری معلوم ك ذلك و ك و ب ك قوسلری دخی و نقطه سنك  
عرضیه طولندن عبارت اولرقلندن معلومدرلر .

شکل ۶



و معلوم اولان نقطه لرك ع م و و ك عرض شمالی لربك تماملری اولان  
قوسلر ط ع و مثلثك ط ع و ط و ضلعربی تشكیلی ایدوب و ضلعین مذکورین  
بینده کی ع ط و زاویه سی دخی م و ب ك طوللری مجموعه مساوی  
م ب ك قوسیله مساحه اولنقله ط ع و مثلث کروینك ایکی ضلعیه اره لرنده کی  
زاویه سی معلوم دیمك اولغین ع و و نقطه لری بینده کی بعددن عبارت اولوب  
ع و دائرة عظیمه قوسی حساب اولندرق مسافه مطلوبه بولنور .

( مثال )

$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{array}{l} \text{عرض شمالی } ۰۰۰ \text{ ع م } ۷۵ \text{ } ۱۸ \approx ۲۰ \\ \text{طول غربی } ۰۰۰ \text{ ب م } ۱۲ \text{ } ۲۱ \approx ۴۰ \end{array} \right\} \text{ع نقطه سی} \\
 & \left. \begin{array}{l} \text{عرض شمالی } ۰۰۰ \text{ و ك } ۲۱ \text{ } ۱۴ \approx ۱۵ \\ \text{طول شرقی } ۰۰۰ \text{ ب ك } ۱۰ \text{ } ۴۸ \approx ۱۰ \end{array} \right\} \text{و نقطه سی} \\
 & \text{فرض اولنسه} \\
 & \text{ط ع} = ۹۰ - \text{ع م} = ۲۰ \approx ۴۱ \approx ۳۲ \\
 & \text{ط و} = ۹۰ - \text{و ك} = ۴۵ \approx ۴۸ \\
 & \text{ع ط و} = \text{ب م} + \text{ب ك} = ۵۰ \approx ۱۹ \approx ۲۲ \text{ اولور} \\
 & \text{و ع یا خود ص قوس محمولی بروجده آتی بولنور :}
 \end{aligned}$$

مام حب ص = مام حب ع مام حب ق + حب ع . حب ق . حب ص = حب ع  
(حب ق + مام ع حب ق حب ص) . اولوب مام ع . حب ص = مام مام ه  
=  $\frac{\text{حب ه}}{\text{حب ه}}$  فرض اولنوبده مساویسی دستور سابقده محلله وضع اولندقدده

حب ص = حب ع . حب ه . حب ق + حب ه . حب ق . حب ع (حب ق + حب ه)  
حب ه حب ه

... (۱) اولور .

\* ه زاویه متوسطه سنک حسابی \*

لع مام مام ه - لع مام ع + لع حب ص - ۱۰  
لع مام ع = ۱۰,۴۱۰۴۶۶۴ ه - ۹,۲۲,۵۶,۲۲ اولور .  
لع حب ص = ۹,۹۶۲۹۵۴۰  
لع مام مام ه = ۱۰,۳۷۳۲۲۰۴

ع ق یاخود ص قوسنک عدد در جاتنک حسابی

ق + ه = ۵۱,۹ = ۳۷,۵۵

لع حب ص = لع حب (ق + ه) + لع حب ع + مام عددی لع حب ه - ۱۰  
لع حب (ق + ه) = ۹,۹۱۶۶۲۶۴ . . . . .  
لع حب ع = ۹,۵۵۹۰۴۴۱ . . . . .  
مام عددی لع ه = ۰,۴۰۹۲۰۰۵ . . . . .  
لع حب ص = ۹,۸۸۴۹۲۱۰ . . . . .

ص = ۴۱,۷ = ۵۲ = ۹۵ اولور .

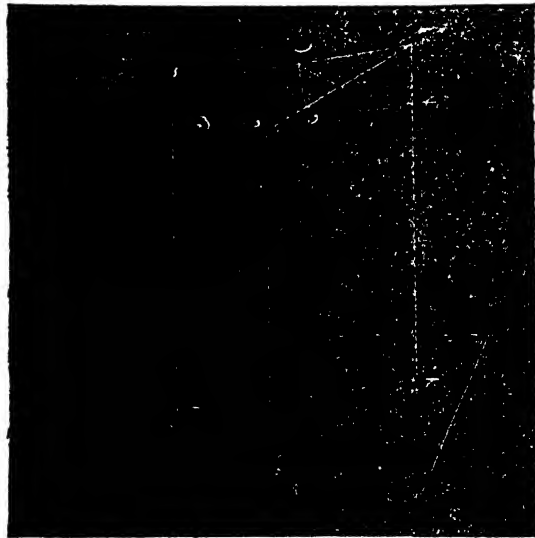
ع ق قوسنک متره اوله رق طولی

کره ارض نصف النهار دائره سنک ربع محیطی طولی ۱۰,۰۰۰۰۰ متره  
اولدیغندن ه ع و سنک متره اولدرق قیمتی س حرفیله کوستر یلنجه

س = ۱۰۰۰۰۰۰۰ ×  $\frac{۴۱,۷ = ۵۳ = ۳۹}{۹۰}$  اولوق لازم کلمکین

س = ۴۴۳,۲۷۶۸ میریامتره اولور

۱۸ - بر زاویه بی افقه تحویل ایتمک - مثلاً ( شکل ۷ ) افقه غیر موازی د و سطحی اوزرنده واقع و ضلعی د و د خط لریله کوسترپلان  
شکل ۷



زاویه نك افقه تحویلی مراد اولنسه زاویه مذ کوره نك ضلعی اوزرنده  
کیف ما اتفق آئیمش د و نقطه لریدن م نه مستوی افقیسی اوزرنده د کوف  
عمودری تنزیل و موقع عمود نقطه لریله د رأس زاویه دن بنه مستوی مذ کور  
اوزرنده تنزیل اولنمش د عمودینک د موقع عمود نقطه سی ینلری  
د کوف خط لریله وصل اولند قده د و زاویه سنک م نه مستوی  
افقیسی اوزرنده کی مرتسمدن عبارت د و زاویه سنه زاویه معلومه نك افقه  
تحویلی تعیر اولنور مسئله ده مساحه اولنده یلان د و د و د و د و د  
زاویه لری اعانه سیله د و زاویه سنی حساب ایتمکدن عبارتدر .  
امدی د نقطه سی مرکز اوله رق کیف ما اتفق بر نصف قطر ایله رسم  
اولنمش بر کره دوشیندور ایسه د و د و د و د و د و د و د و د و د و د  
کره ایله فصل مشترک لرینک تشکیل ایلد کیری ب نه ع مثلث کروینک ضلعی  
واسطه لریله مسئله حل اوله جق اولان زوایای ثلثه نك مقدار لرینی  
کوستره جکاری کبی مثلث مذ کورک ع ع زاویه سیده مطلوب اولان  
تحویلدن عبارت اولور .



و ع زاویه سی ایسده شو :

محبت  $\frac{ع}{۲} = \frac{\text{محبت م} \cdot \text{محبت (م - ع)}}{\text{محبت ن} \cdot \text{محبت ک}}$  دستوریلہ بروجہ آتی بوانور

## دستور مذکور دن

$$\frac{1}{4} = \frac{\text{لع حب ع}}{\text{لع حب ب} + \text{عام عددی لع} \sim \text{لع حب (م - ع') + عام عددی}} \quad \text{اولور}$$

(مثال)

$\text{د} = ۱۹۰^\circ ۳۷' - ۲۴۲^\circ ۰۰' = ۷۷^\circ ۲۳' = \text{ع} \text{ و } ۷۷^\circ ۲۳' = ۲۴۲^\circ ۰۰' - ۱۶۴^\circ ۳۷' = ۷۷^\circ ۲۳' = \text{ع}$   
 $\text{و } ۷۷^\circ ۲۳' = ۲۴۲^\circ ۰۰' - ۱۶۴^\circ ۳۷' = ۷۷^\circ ۲۳' = \text{ع}$   
 $\text{و } ۷۷^\circ ۲۳' = ۲۴۲^\circ ۰۰' - ۱۶۴^\circ ۳۷' = ۷۷^\circ ۲۳' = \text{ع}$

م = ۱۲۲۰ - ۱۹۷۹ (م ع) - ۴۰۳۰۵۱ اور •

ع زاویه سنک حسابی

$9,99227.6 \dots = \frac{0}{79} \frac{1}{3} \frac{2}{20}$  لع حسب  
 $9,82662.6 \dots = \frac{0}{11} \frac{0}{5} \frac{3}{40}$  لع حسب  
 $0.367750 \dots = \frac{0}{17} \frac{2}{4} \frac{2}{50}$  عام عددی لع حسب  
 $0.036494 = \frac{0}{5} \frac{3}{3} \frac{4}{2} \frac{9}{30}$  عام عددی لع حسب  


---

 $19,9402181$   
 $9,9726.9 \dots = \frac{0}{20} \frac{8}{10} \frac{0}{0} \frac{0}{0}$  لع حسب  
 $\frac{0}{20} \frac{8}{10} \frac{0}{0} \frac{0}{0} = \frac{0}{20} \frac{8}{10} \frac{0}{0} \frac{0}{0}$   
 $\frac{0}{20} \frac{8}{10} \frac{0}{0} \frac{0}{0} = \frac{0}{20} \frac{8}{10} \frac{0}{0} \frac{0}{0}$  ع  
 اولور

۱۹ - زاویۂ وجهیہری معلوم اولان ذؤثلتۂ وجوہ ہرزاویۂ مجسمۂ نک ضلع مجسملرندن ہر برینک دیگر ایکیسنک سطحہ میلنی تعیین ایتک :

ذؤثلتۂ وجوہ زاویۂ مجسمۂ معلومۂ نک ضلع مجسملری د، و د ف و ح ف و زاویۂ مجسمۂ نک د رأسی مرکز اولہ رق رسم اولنان کرہ نک ضلع مجسملری

قطع ایلدیکی نقطه لر ع و ب و م حرفلریله ایتبار اولندقدن ح و ح و ح  
 ح ف خطلری نك یا خود ح ع و ح ب و ح و م نصف قنارلرک تشکیل ایدر کارکی  
 زاویه مسخده نزع ب مسد کروی نك ع و ب و م ضلعلریله وزنه یه مجتهدات  
 مستویین زاویه لر ی دخی مذکور منلک ع و ب و م زاویه لر یله مس - مس - مس  
 اولنه جعی معلومدر .

امدی ع ح ضلع مجتهدات دیگر ایکی ضلع مجتهداتک سنخنده یعنی ب ب سنخنده  
 میلی ح نقده سنخند مرور و سنخنی ب و قوسنده عمود اولان ع ع قوسیمه  
 مساده اولارب حابونه ع ع ب م م لری قائمالا اویهد (ماده ۴) مه ۲ بده

$$\text{ح ب ع ع} \quad \text{ح ب ع ب} \quad \text{ح ب ب}$$

یا خود ع ع ع فرض اولندرق

$$\text{ح ب ع} \quad \text{ح ب} \quad \text{ح ب} \quad \text{ح ب} \quad \text{ح ب} \quad \text{ح ب} \quad \text{ح ب} \quad \text{ح ب} \quad \text{ح ب} \quad \text{ح ب}$$

$$\text{ح ب} \quad \text{ح ب} \quad \text{ح ب} \quad \text{ح ب} \quad \text{ح ب} \quad \text{ح ب} \quad \text{ح ب} \quad \text{ح ب} \quad \text{ح ب} \quad \text{ح ب}$$

$$\text{ح ب} \quad \text{ح ب} \quad \text{ح ب} \quad \text{ح ب} \quad \text{ح ب} \quad \text{ح ب} \quad \text{ح ب} \quad \text{ح ب} \quad \text{ح ب} \quad \text{ح ب}$$

$$\text{ح ب ع} \quad \text{ح ب} \quad \text{ح ب} \quad \text{ح ب} \quad \text{ح ب} \quad \text{ح ب} \quad \text{ح ب} \quad \text{ح ب} \quad \text{ح ب} \quad \text{ح ب}$$

... (۱) و ب و م ضلع مجتهداترینک ح ع و ب و م سطحلر سنخند  
 اولان میلاریده ک و ب حرفلریله کوستر یله رک

$$\text{ح ب} \quad \text{ح ب} \quad \text{ح ب} \quad \text{ح ب} \quad \text{ح ب} \quad \text{ح ب} \quad \text{ح ب} \quad \text{ح ب} \quad \text{ح ب} \quad \text{ح ب}$$

$$\text{ح ب} \quad \text{ح ب} \quad \text{ح ب} \quad \text{ح ب} \quad \text{ح ب} \quad \text{ح ب} \quad \text{ح ب} \quad \text{ح ب} \quad \text{ح ب} \quad \text{ح ب}$$

دستورات ثلثه سابقه مسالنه ک کافی اوج دستور اولوب و مذکور  
 دستورلردن ح ب ع ح ب ع = ح ب ب ح ب ب ح ب ب اولدیغی  
 استخراج اولوب یعنی هر مثلث کرویده ضلعلر جیلرینک اوضاعه متاظر  
 ارتفاعلر جیلر یله مستطیللری بر برینه مساوی اولدیغی اکلا شیلور .

۲۰ - ذواربعه وجوه بر جسمک بر برینه متصل اوج ضلع مجتهداتر یله

مذکور ضلع مجسّمك بر بريله احداث ايلدكاري زاويه مسطحه لر معلوم ايكن  
مذکور ذواربعة وجوه جسمك حجمي حساب ايتك  
ذواربعة وجوهك  $\delta$  ع و  $\delta$  ب و  $\delta$  م ضلع مجسّمينك قيمتلى ص و ط و  
ف و معلوم اولان  $\delta$  ب و  $\delta$  ق و  $\delta$  ع و  $\delta$  ف زاويه معلومه لى ع و ب  
و و و مذکور زاويه لك ع :  $\delta$  +  $\delta$  ق مجموعى ۲ م  
 $\delta$  ع ضلع مجسّمك  $\delta$  ق سطحيله ميللى ع  
وع رأس نقطه سندن  $\delta$  و، سطحنه تنزيل اولنش عمود ح  
و حجم مطلوب س حرفلريله كوسترلش اولسه  
 $\delta$  ب ق مثلثى قاعده و مذکور وجهنه مقابل ع زاويه سى رأس اتخاذ اولندقه  
س -  $\frac{1}{4}$  ح  $\times$  ب  $\delta$  ب  
ياخود  $\delta$  ب م مثلثك مساحه سطحيله سى  $\frac{1}{4}$  ص ط لا ح ب ع اولديغدن  
س =  $\frac{1}{4}$  ص ط  $\delta$  ح ب ع  $\delta$  ح اولور .  
انجق

$$\text{ح} - \text{ص} \cdot \text{ح ب ع}$$

و (ماده ۱۹)

$$\text{ح ب ع} = \sqrt{\text{ح م ح} (\text{م} - \text{ع}) (\text{ح} - \text{م}) (\text{ب} - \text{م}) (\text{ح} - \text{م}) (\text{ق} - \text{م})}$$

اولديغدن

$$\text{س} = \frac{1}{4} \text{ص ط} \sqrt{\text{ح م} \cdot \text{ح} (\text{م} - \text{ع}) \cdot \text{ح} (\text{م} - \text{ب}) \cdot \text{ح} (\text{م} - \text{ق})} \cdot ۰۰۰ (۱)$$

اولور .

اگر  $\delta$  ع و  $\delta$  ب و  $\delta$  ق ضلع مجسّملى اوزرينه انشا اولنش برمنشور  
متوازي الاضلاعينك حجمى س ايله اشعار اولنور ايسه  $\text{س} = ۶ \times \text{س اوله جفى}$   
جهتله  $\text{س} = \frac{1}{4} \text{ص ط} \sqrt{\text{ح م} \cdot \text{ح} (\text{م} - \text{ع}) \cdot \text{ح} (\text{م} - \text{ب}) \cdot \text{ح} (\text{م} - \text{ق})}$   
(۲) اولور .

ع و ب و م زاويه لى قائمه اولنجه

$$\text{ح م} = \text{ح} \cdot \text{ب} = \frac{1}{4} \sqrt{۲}$$

و  $\text{ح} (\text{م} - \text{ع}) = \text{ح} (\text{م} - \text{ب}) = \text{ح} (\text{م} - \text{ق}) = \text{ح} \cdot \text{ب} = ۴ \cdot \frac{1}{4}$   
 $\frac{1}{4}$  اولوب يعنى (۲) رقىلى دستور س =  $\text{ص} \cdot \text{ط} \cdot \text{ف}$  صورتنه كيروب فقط  
س منشور متوازي المستطالات هيئتندرجوع ايتش اولان جسمك حجمي ارايه ايدر .

۲۱ - اضلاع ثلاثی معلوم بر مثلث کروینک مساحتہ سطحیہ سنی حساب ایتم معلوم اولدیفنی اوزره بر مثلث کروینک مساحتہ سطحیہ سی ع و ب و و ایله کوسٹریلان زوایای ثلاثی مجموعہ ک ایکی قائمہ دن زیادہ لیکله مساحتہ اولندیغندن مساحتہ سطحیہ مذکورہ ۲ - ع + ب + و = ۱۸۰ مساواتیله مساحتہ اولندجق دیم اولوب مساوات مذکورہ دن

$$\frac{b+c}{2} = 90 - (\frac{a}{2}) \text{ اولور}$$

امدی یوقاروده کی قیمت (ماده ۱۲) دیلامبرک شو :

$$\frac{b+c}{2} - \frac{a}{2} = \frac{b+c}{2} - \frac{a}{2} \text{ و}$$

دستورلرنده محارینه وضع اولندقدہ

$$(۱) \quad \frac{b+c}{2} - \frac{a}{2} = \frac{b+c}{2} - \frac{a}{2}$$

$$\frac{b+c}{2} - \frac{a}{2} = \frac{b+c}{2} - \frac{a}{2}$$

اولمقین برنجی معادلہ دن :

$$\frac{b+c}{2} - \frac{a}{2} = \frac{b+c}{2} - \frac{a}{2}$$

یاخود

$$\frac{b+c}{2} - \frac{a}{2} = \frac{b+c}{2} - \frac{a}{2}$$

یاخود

$$(۳) \quad \frac{b+c}{2} - \frac{a}{2} = \frac{b+c}{2} - \frac{a}{2}$$



